

CREDIT DEFAULT SWAPS

Bewertungsunterschiede zu Corporate Bonds
und implizite Marktrisikoprämien

RICHARD SCHIEMERT

CREDIT DEFAULT SWAPS - Bewertungsunterschiede zu Corporate Bonds und implizite
Marktrisikoprämien

Richard Schiemert

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades Doctor rerum politicarum (Dr. rer. pol.)
an der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät
der Katholischen Universität Eichstätt-Ingolstadt

Tag der mündlichen Prüfung: 30. November 2011

Erstgutachter: Prof. Dr. Marco Wilkens
Universität Augsburg

Zweitgutachter: Prof. Dr. Johannes Schneider
Katholische Universität Eichstätt-Ingolstadt

*Meinen Eltern,
Konrad und Katharina Schiemert*

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als Doktorand am Lehrstuhl für Finanzierung und Bankbetriebslehre der Katholischen Universität Eichstätt-Ingolstadt und wurde von der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Universität im November 2011 als Dissertation angenommen.

Zuallererst und ganz besonders möchte ich mich bei dem Erstgutachter der Arbeit, Herrn Prof. Dr. Marco Wilkens, nicht nur für seine sehr aufwendige und intensive Betreuung bedanken, sondern auch dafür, dass er mein Interesse für Kreditderivate geweckt hat. Die außerordentlich offene, diskussionsfreudige und stimulierende Arbeitsatmosphäre an seinem Lehrstuhl verlieh der Arbeit eine ganze Reihe entscheidender und unverzichtbarer Impulse.

Weiterhin möchte ich mich auch bei dem Zweitgutachter der vorliegenden Arbeit, Herrn Prof. Dr. Johannes Schneider, bedanken, und zwar nicht nur für die Übernahme des Zweitgutachtens, sondern auch für seine einschlägigen Kapitalmarktvorlesungen während meines Studiums, die mein Verständnis der Materie entscheidend geprägt haben.

Darüber hinaus gilt mein besonderer Dank auch Herrn Prof. Dr. Oliver Entrop, der durch seine zahlreichen Vorschläge eine zentrale Rolle bei der Entstehung dieser Arbeit spielte. Meine zwei von ihm betreuten Seminararbeiten während meines Studiums sorgten für die „nötige Abhärtung“, um dieses Dissertationsprojekt schultern zu können.

Schließlich möchte ich mich noch bei meinen Eltern, Konrad und Katharina Schiemert, bedanken, die mich jederzeit moralisch unterstützt haben und mir stets die Möglichkeit boten, mich geistig in die Richtung zu entwickeln, die ich mir wünschte. Sie sind es, denen dieses Werk gewidmet ist.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	I
Abbildungsverzeichnis	IV
Tabellenverzeichnis	V
Abkürzungsverzeichnis	VI
Symbolverzeichnis	VIII
1 Einleitung	1
1.1 Motivation und Zielsetzungen der Arbeit	1
1.2 Gang der Untersuchung	5
2 Begriffsbestimmungen und Marktüberblick	7
2.1 Der Credit Default Swap-Markt	7
2.2 Der Corporate Bond-Markt	12
2.3 Strukturelle Unterschiede zwischen CDS und Corporate Bonds	14
3 Literaturüberblick	19
3.1 Empirische Studien zu Bewertungsunterschieden	19
3.2 Empirische Studien zu Risikoprämien an Kreditmärkten	24
4 Kreditmodell	29
4.1 Bewertung von Credit Default Swaps	30
4.2 Bewertung von Corporate Bonds	32
4.3 Parametrisierung des Kreditmodells	33
4.4 Praktikabilität des Kreditmodells	35

5	Datenbasis und Modellschätzung	38
5.1	Datenbasis	38
5.2	Modellschätzung	43
5.2.1	Schätzung der Zinsparameter mit dem Kalman-Filter	44
5.2.1.1	Spezifikation des Kalman-Filters	44
5.2.1.2	Schätzergebnisse für die Zinsparameter	54
5.2.2	Schätzung der Intensitätsparameter mit der Inversionsmethode . . .	62
5.2.2.1	Spezifikation der Inversionsmethode	62
5.2.2.2	Schätzergebnisse für die Intensitätsparameter	64
6	Bewertungsunterschiede zwischen beiden Kreditmärkten	73
6.1	Definition des Bewertungsunterschiedes	74
6.2	Empirische Ergebnisse	75
6.3	Einflussfaktoren auf den Bewertungsunterschied	79
6.4	Paneldatenanalyse der Bewertungsunterschiede	83
6.5	Robustheitstests	90
7	Marktrisikoprämien in Credit Default Swaps	93
7.1	Risikoprämien in CDS und Definition der Marktrisikoprämie	94
7.2	Empirische Ergebnisse	100
7.3	Einflussfaktoren auf die Marktrisikoprämie	104
7.4	Paneldatenanalyse der Marktrisikoprämien	107
8	Schlussbetrachtung	113
A	Technischer Anhang	118
A.1	Charakteristische Funktion	118
A.2	Credit Default Swap-Bewertungsformel	119
A.3	Jacobi-Term in der CDS-Kalibrierung	121
A.4	Risikoneutrale und pseudo-reale Überlebenswahrscheinlichkeiten	122
	Literaturverzeichnis	124

Abbildungsverzeichnis

2.1	Struktur eines Credit Default Swaps	9
2.2	Weltweit ausstehendes CDS-Nominalvolumen	11
2.3	Weltweit ausstehendes Corporate Bond-Nominalvolumen	13
5.1	Faktoren und ihre Ladungen im Zweifaktor-CIR-Modell	60
5.2	Faktoren und ihre Ladungen im Dreifaktor-CIR-Modell	61

Tabellenverzeichnis

5.1	Verteilung der Restlaufzeiten der Corporate Bonds	41
5.2	Deskriptive Statistiken zum CDS-Datensatz	42
5.3	Parameterschätzungen der Zinsmodelle	56
5.4	Schätzwerte der Standardabweichungen der Beobachtungsfehler	57
5.5	Fit der Zinsmodelle	58
5.6	Schätzwerte für die Intensitätsparameter im Einfaktor-Kreditmodell	66
5.7	Schätzwerte für die Intensitätsparameter im Zweifaktor-Kreditmodell . . .	67
5.8	Schätzwerte für die Intensitätsparameter im Dreifaktor-Kreditmodell . . .	68
5.9	Fit des Einfaktor-Kreditmodells	69
5.10	Fit des Zweifaktor-Kreditmodells	70
5.11	Fit des Dreifaktor-Kreditmodells	71
6.1	Bewertungsunterschiede Δ_{it} auf Unternehmensebene	77
6.2	Resultierende Bewertungsunterschiede früherer Studien	78
6.3	Paneldatenanalyse der Bewertungsunterschiede Δ_{it}	86
7.1	Deskriptive Statistiken der Marktrisikoprämien Π_{jt}	102
7.2	Paneldatenanalyse der Marktrisikoprämien Π_{jt}	109

Abkürzungsverzeichnis

BBA	British Bankers' Association
Bio.	Billionen
BIS	Bank for International Settlements
C-FRN	Corporate Floating Rate Note
CB	Corporate Bond
CBOE	Chicago Board Options Exchange
CDS	Credit Default Swap
CDO	Collateralized Debt Obligation
CIR	Cox-Ingersoll-Ross
CTD	Cheapest-to-Deliver
CZB	Corporate Zerobond
EDF	Expected Default Frequency
EL	Expected Loss
EUR	Euro
FRN	Floating Rate Note
GBP	Britisches Pfund
ISDA	International Swaps and Derivatives Association
JTD	Jump-to-Default
LGD	Loss Given Default
MAD	Mean Absolute Deviation
MAE	Mean Absolute Error
MAPE	Mean Absolute Percentage Error
Mio.	Millionen
Mrd.	Milliarden
MTM	Mark-to-Market
OLS	Ordinary Least Squares

OTC	Over-the-Counter
QML	Quasi-Maximum-Likelihood
RLZ	Restlaufzeit
US	United States
USD	US Dollar
bps	Basispunkte

Symbolverzeichnis

$A(\tau)$	Funktion in der CIR-Bewertungsformel eines risikofreien Zerobonds
$\mathcal{A}(\tau; \phi)$	Funktion in der analytischen Lösung der charakteristischen Funktion Φ
$B(\tau)$	Funktion in der CIR-Bewertungsformel eines risikofreien Zerobonds
$\mathcal{B}(\tau; \phi)$	Funktion in der analytischen Lösung der charakteristischen Funktion Φ
C	Kuponrate eines Corporate Bonds
$\mathbf{C}$	Untere 3×3 -Dreiecksmatrix
$CB(t, \tau)$	Wert eines Corporate Bonds zum Zeitpunkt t mit RLZ τ
$CDS(t, \tau)$	CDS Spread zum Zeitpunkt t für die RLZ τ
$CDS^{EL}(t, \tau)$	Spreadkomponente für erwartete Verluste im CDS Spread
$CDS^{JTD}(t, \tau)$	Spreadkomponente für die Ausfallrisikoprämie im CDS Spread
$CDS^{MTM}(t, \tau)$	Spreadkomponente für die Marktrisikoprämie im CDS Spread
$CDS_{\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$	CDS Spread mit realer Intensität und realer Verteilung
$CDS_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$	CDS Spread mit risikoneutraler Intensität und realer Verteilung
$CDS_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{Q}}(t, \tau)$	CDS Spread mit risikoneutraler Intensität und risikoneutraler Verteilung
$CZB_{\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$	CZB mit realer Intensität und realer Verteilung
$CZB_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$	CZB mit risikoneutraler Intensität und realer Verteilung
$CZB_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{Q}}(t, \tau)$	CZB mit risikoneutraler Intensität und risikoneutraler Verteilung
$\mathcal{D}^{\mathbb{Q}}(t, \tau)$	Annualisierte kumulative τ -jährige risikoneutrale Ausfallwahrscheinlichkeit
$DL(t, \tau)$	Default Leg eines CDS zum Zeitpunkt t für die RLZ τ
$\mathbf{F}$	Übergangsmatrix in der Zustandsgleichung
$\mathcal{F}$	Filtration
$\mathcal{F}_t$	σ -Algebra zum Zeitpunkt t
$\mathbf{H}$	Matrix der Faktorladungen in der Beobachtungsgleichung
J_t	Jacobi-Term der Dichtetransformation in der Inversionsmethode
$\mathcal{L}$	Likelihood-Funktion
$\mathcal{LL}$	Logarithmierte Likelihood-Funktion

$N(\tau)$	Anzahl der Kuponzahlungen eines CB in Abhängigkeit seiner RLZ τ
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen
$P(t, \tau)$	Preis eines risikofreien Zerobonds zum Zeitpunkt t mit RLZ τ
$\mathbf{P}_{t t-1}$	Schätzer für die Kovarianzmatrix des Zustandsvektorfehlers in t gegeben $\mathcal{F}_{t-1}$
$\mathbb{P}$	Reales Wahrscheinlichkeitsmaß
$\mathcal{PD}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$	Annualisierte kumulative τ -jährige pseudo-reale Ausfallwahrscheinlichkeit
$PL(t, \tau)$	Premium Leg eines CDS zum Zeitpunkt t für die RLZ τ
$\mathcal{PS}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$	Kumulative τ -jährige pseudo-reale Überlebenswahrscheinlichkeit in t
$\mathbf{Q}(\mathbf{t})$	Kovarianzmatrix der Gaußschen Rauschvektoren in der Zustandsgleichung
$\mathbb{Q}$	Risikoneutrales Wahrscheinlichkeitsmaß
$\mathcal{QLL}$	Logarithmierte Quasi-Likelihood-Funktion
$R_{\tau}(t)$	Risikofreie Spotrate für die RLZ τ zum Zeitpunkt t
$\mathbf{R}(\mathbf{t})$	Spaltenvektor der Spotrates in der Beobachtungsgleichung in t
$\hat{\mathbf{R}}_{t t-1}$	Schätzer für den Spotratevektor im Kalman Filter in t gegeben $\mathcal{F}_{t-1}$
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$REC(t)$	Recovery Rate eines CB in t bezogen auf den Nominalwert
RHO	Kovarianzmatrix der Beobachtungsfehler der Beobachtungsgleichung
$\mathcal{S}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$	Kumulative τ -jährige reale Überlebenswahrscheinlichkeit in t
$\mathcal{S}^{\mathbb{Q}}(t, \tau)$	Kumulative τ -jährige risikoneutrale Überlebenswahrscheinlichkeit in t
T_n	Zeitpunkt der n -ten Prämienzahlung eines CDS-Kontraktes
$\mathcal{T}$	Menge von Beobachtungszeitpunkten
$\mathcal{T}_n$	Zeitpunkt der n -ten Kuponzahlung eines Corporate Bonds
$W(t)$	Standard-Brownsche Bewegung zum Zeitpunkt t
$X(t)$	Zustandsvariable zur Beschreibung der Gesamtökonomie zum Zeitpunkt t
$\mathbf{X}(\mathbf{t})$	Spaltenvektor der Zustandsvariablen X in t in der Zustandsraumdarstellung
$\hat{\mathbf{X}}_{t t-1}$	Schätzer für den Zustandsvektor im Kalman Filter in t gegeben $\mathcal{F}_{t-1}$
YTM_{it}^{CB}	Yield-to-Maturity des CB i in t gegeben seinen Marktpreis
YTM_{it}^{CDS}	CDS-Markt-implizite Yield-to-Maturity des CB i in t
$Z(t)$	Unternehmensspezifische Zustandsvariable zum Zeitpunkt t
c	Spaltenvektor in der Zustandsgleichung
d	Spaltenvektor in der Beobachtungsgleichung
f	Dichtefunktion
$h(t)$	Risikoneutrale Ausfallintensität zum Zeitpunkt t

$h^{\mathbb{P}}(t)$	Reale Ausfallintensität zum Zeitpunkt t
i	Laufvariable
$\mathbf{i}$	Imaginäre Einheit $\sqrt{-1}$
j	Laufvariable
m	Laufvariable
n	Laufvariable
$r(t)$	Shortrate zum Zeitpunkt t
s	Zeitpunkt
t	Zeitpunkt
$\mathbf{x}_{it}$	Spaltenvektor der Proxies in der Paneldatenregression
$\Gamma(t)$	Marktpreis des Risikos zum Zeitpunkt t
Δ_{it}	Bewertungsunterschied des Corporate Bonds i zum Zeitpunkt t
Λ_0	Freier Term in der Spezifikation der risikoneutralen Intensität
Λ_i	i -ter Korrelationsparameter zwischen Shortrate- und Intensitätsprozess
Π_{jt}	Einjährige Marktrisikoprämie des Unternehmens j zum Zeitpunkt t
$\Phi(t, t + \tau; \phi)$	Charakteristische Funktion in t mit RLZ τ und Parameter ϕ
Ψ	Vektor der Zinsparameter
Ψ_{CDS}	Vektor der Intensitätsparameter
Ω	Ausgangsraum eines Wahrscheinlichkeitsraumes
Ω_t	Schätzer für die Kovarianzmatrix des Spotratevektors in t gegeben $\mathcal{F}_{t-1}$
Ω_{ν}	Konstante Kovarianzmatrix der CDS-Beobachtungsfehler
α	Allgemeiner Achsenabschnitt in der Paneldatenregression
α_i, α_j	Random Effect des CB i bzw. des Unternehmens j in den Regressionen
β	Spaltenvektor der Parameter in der Paneldatenregression
γ	Hilfsgröße in den Bewertungsformeln
δ	Day-Count-Fraction für vierteljährliche ACT/360-Zahlungen
$\varepsilon(t)$	Spaltenvektor der Beobachtungsfehler in der Beobachtungsgleichung in t
ε_{it}	Unsystematischer Störterm in der Paneldatenregression
ζ_t	Prognosefehler des Spotratevektors im Kalman Filter in t gegeben $\mathcal{F}_{t-1}$
$\eta(t)$	Spaltenvektor aus Gaußschen Rauschtermen in der Zustandsgleichung
θ	Langfristiges Niveau eines Quadratwurzelprozesses
κ	Mean-Reversion-Parameter eines Quadratwurzelprozesses

λ	Parameter in der Spezifikation des Marktpreis des Risikos
$\mu(t)$	Ausfallrisikoprämie zum Zeitpunkt t definiert als $h(t)/h^{\mathbb{P}}(t)$
$\boldsymbol{\mu}_t$	Schätzer für den Spotratevektor im Kalman Filter in t gegeben $\mathcal{F}_{t-1}$
$\boldsymbol{\nu}_t$	Spaltenvektor der CDS-Beobachtungsfehler in t
ξ	Ausfallzeitpunkt eines Unternehmens
$\xi_i(t+1)$	Bedingte Varianz von $X_i(t+1)$ gegeben $X_i(t)$ in der Zustandsgleichung
$\pi_j(t)$	Driftänderung der risikoneutralen Intensität des Unternehmens j in t
ρ_τ	Standardabweichung des Beobachtungsfehlers für die Spotrate der RLZ τ
σ	Volatilitätsparameter eines Quadratwurzelprozesses
τ	RLZ eines CDS oder eines Corporate Bonds
ϕ	Parameter der charakteristischen Funktion Φ
$\omega(\xi)$	Recovery-Zahlung im Ausfallzeitpunkt ξ

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation und Zielsetzungen der Arbeit

Durch den fulminanten Siegeszug von Credit Default Swaps (CDS) entstand während des letzten Jahrzehnts neben dem bereits existierenden Markt für Corporate Bonds ein zweiter, ein synthetischer Kreditmarkt. Während dieser synthetische Kreditmarkt Marktteilnehmern die Möglichkeit eröffnet hat, das reine Kreditrisiko eines Schuldners - losgelöst von seinen Obligationen - handelbar zu machen, hat er der empirischen Kapitalmarktforschung gleichzeitig einen neuen Untersuchungsgegenstand in der Gestalt des Credit Default Swap Spreads bereitgestellt.

Die fundamentale Bedeutung des CDS Spreads liegt darin, dass er ein Maß für das Kreditrisiko eines Schuldners darstellt, das im Gegensatz zum Credit Spread eines Corporate Bonds nicht durch etwaige Liquiditätseinflüsse¹ oder Steuereffekte² verunreinigt ist. Dadurch dass der CDS Spread im Gegensatz zum Credit Spread eines Corporate Bonds sich auf eine feste Kontraktlaufzeit und einen synthetischen Par-Wert bezieht, bietet er auch noch ein unverzerrtes Bild über die zeitliche Entwicklung der reinen Kreditrisikoprämie des Schuldners. Darüber hinaus ist der CDS-Markt dem Corporate Bond-Markt durch die Verfügbarkeit von CDS Spreads für verschiedene feste Kontraktlaufzeiten auch bezüglich der Datenverfügbarkeit in der Querschnittsdimension überlegen, da hierdurch stets eine gesamte schulderspezifische CDS-Kurve gegeben ist, wohingegen die Corporate Bonds eines Emittenten in der Regel nur selten das gesamte Laufzeitspektrum abdecken.

¹Vgl. Longstaff, Mithal und Neis (2005).

²Vgl. Elton, Gruber, Agrawal und Mann (2001).

Schließlich deuten empirische Studien darauf hin, dass der CDS-Markt neue Informationen dynamischer verarbeitet als der Corporate Bond-Markt³, wodurch er mittlerweile diesem den Rang als primärer Indikator für die Kreditqualität eines Emittenten streitig gemacht hat.

Diese vier aufgezählten Vorzüge von Credit Default Swaps werfen sofort **zwei Fragen** auf, deren Untersuchung **die zwei zentralen Zielsetzungen** der vorliegenden Arbeit darstellen. Die **erste Frage**, die sich aufdrängt ist, ob eine über die strukturellen Unterschiede zwischen CDS und Corporate Bonds hinausgehende Abweichung zwischen CDS Spreads und Credit Spreads existiert und welchen Einflüssen ihre zeitliche Entwicklung unterliegt. Die meisten empirischen Studien, die sich bislang dieser Frage genähert haben, haben ihre Untersuchungen an einer laufzeitspezifischen (meistens für die fünfjährige Laufzeit) Abweichung, der sogenannten *Basis*, festgemacht, indem sie mittels Interpolationsmethoden einen Credit Spread für diese Laufzeit ermittelten und anschließend seine Differenz zum entsprechenden CDS Spread berechneten.⁴ Der Nachteil dieser Herangehensweise besteht darin, dass der auf diese Weise geschätzte Credit Spread von der mit der Zeit variierenden Anzahl und den Restlaufzeiten der verfügbaren Corporate Bonds abhängt, und der Unterschied zwischen beiden Kreditmärkten lediglich für eine fest vorgegebene Laufzeit untersucht werden kann.

Statt die Untersuchung auf eine solche emittenten- und laufzeitspezifische Basis einzuschränken, betrachtet die vorliegende Arbeit den Bewertungsunterschied als eine Corporate Bond-spezifische Größe, welche unter Ausnutzung der gesamten CDS-Kurve für jeden Bond einzeln berechnet werden kann. Neben dem Vorteil, dass auf diese Weise Bewertungsunterschiede für verschiedene Restlaufzeiten desselben Emittenten gleichzeitig untersucht werden können, bietet dieser Ansatz auch ein zuverlässigeres Bild über den Bewertungsunterschied, da seine Berechnung stets auf dieselbe Anzahl von CDS Spreads basiert, die das gesamte Laufzeitspektrum abdecken. Empirische Studien, die bislang ebenfalls einen Corporate Bond-spezifischen Bewertungsunterschied berechneten, gründeten ihre Untersuchung entweder ausschließlich auf den fünfjährigen CDS Spread⁵ oder sie vernachlässigten strukturelle Unterschiede zwischen beiden Kreditinstrumenten⁶, die eine Verzerrung

³Vgl. Blanco, Brennan und Marsh (2005), Zhu (2006) und Norden und Weber (2009).

⁴Vgl. Hull, Predescu und White (2004), Blanco, Brennan und Marsh (2005), Cossin und Lu (2005) und Zhu (2006).

⁵Vgl. Longstaff, Mithal und Neis (2005).

⁶Vgl. Levin, Perli und Zakrajsek (2005).

der berechneten Abweichungen zur Folge haben.

Der erste innovative Beitrag der vorliegenden Arbeit besteht somit darin, dass sie die bislang erste empirische Untersuchung darstellt, die unter Ausnutzung der Informationen aus der zeitlichen Entwicklung der gesamten CDS-Kurve eines Emittenten und unter Berücksichtigung der strukturellen Unterschiede zwischen beiden Kreditinstrumenten ein Corporate Bond-spezifisches Maß für den Bewertungsunterschied schätzt. **Die erste Zielsetzung der Arbeit** ist also die Definition und Berechnung eines Corporate Bond-spezifischen Maßes für den Bewertungsunterschied anhand einer Auswahl liquider Corporate Bonds einer Gruppe europäischer Investment Grade-Unternehmen mithilfe der Kalibrierung eines dynamischen Kreditmodells an die zeitliche Entwicklung ihrer CDS-Kurven und die anschließende Untersuchung der Abhängigkeit dieses resultierenden Maßes von verschiedenen Faktoren mithilfe einer Paneldatenanalyse.

Die **zweite Frage**, die sich bei der Betrachtung der vier aufgezählten Vorzüge von Credit Default Swaps im Vergleich zu Corporate Bonds stellt, bezieht sich auf die Risikoprämien, die in CDS Spreads zusätzlich zu der Komponente für erwartete Verluste enthalten sind. Dadurch dass der CDS Spread, wie erwähnt, ein Maß für das reine Kreditrisiko eines Emittenten darstellt, eignet er sich bestens zur Untersuchung der beiden darin enthaltenen Risikoprämien⁷, der *Ausfallrisikoprämie*⁸ und der *Marktrisikoprämie*⁹.

Die Komponente für die Ausfallrisikoprämie im CDS Spread kompensiert einen Marktteilnehmer für die Übernahme des Ausfallrisikos eines Emittenten. Anstatt sich der versicherungsmathematischen Methode zu bedienen und den CDS Spread auf der Grundlage der in der Vergangenheit eingetretenen Ausfälle mithilfe der sogenannten *realen Ausfallintensität* zu bewerten, würde ein Marktteilnehmer, der risikoavers bezüglich des Ausfallrisikos ist, auf die Bewertung auf der Grundlage einer höheren Intensität, mithilfe der sogenannten *risikoneutralen Ausfallintensität* bestehen. Der Quotient aus risikoneutraler und realer Intensität wird in der Regel als Ausfallrisikoprämie bezeichnet¹⁰ und zur Erfassung der entsprechenden Spreadkomponente herangezogen.

⁷Vgl. die Diskussion in Yu (2002) und Jarrow, Lando und Yu (2005).

⁸In der englischsprachigen Literatur wird die Ausfallrisikoprämie als *default event risk premium* oder *jump-to-default risk premium* (JTD) bezeichnet.

⁹In der englischsprachigen Literatur wird die Marktrisikoprämie als *spread risk premium* oder *mark-to-market risk premium* (MTM) bezeichnet.

¹⁰Vgl. Yu (2002) S. 72.

Die Komponente für die Marktrisikoprämie im CDS Spread kompensiert einen Marktteilnehmer für unvorhersehbare Fluktuationen im CDS Spread, welche auf unvorhersehbare Fluktuationen in der risikoneutralen Intensität zurückzuführen sind, jedoch nicht durch einen Ausfall des Emittenten verursacht werden. Ein Marktteilnehmer, der risikoavers sowohl bezüglich des Ausfall- als auch des Marktrisikos ist, würde die Bewertung des CDS Spreads nicht nur auf der Grundlage einer höheren Intensität in der Gestalt der risikoneutralen Intensität durchführen, sondern würde bei der Bewertung zusätzlich noch anstatt ihre empirische, d.h. ihre reale Verteilung, ihre risikoneutrale Verteilung anwenden. Der Unterschied zwischen diesen beiden Verteilungen der risikoneutralen Ausfallintensität ist ein Ausdruck für die von Marktteilnehmern verlangte Marktrisikoprämie. Ein Maß für den Unterschied zwischen diesen beiden Verteilungen kann mithilfe der Differenz zwischen der kumulativen *risikoneutralen Ausfallwahrscheinlichkeit* und der sogenannten kumulativen *pseudo-realen*¹¹ *Ausfallwahrscheinlichkeit* konstruiert werden, wobei zur Berechnung der Ersteren die risikoneutrale und zur Berechnung der Letzteren die reale Verteilung der risikoneutralen Intensität zur Anwendung kommt.

Während die meisten Untersuchungen zu Risikoprämien, die dazu CDS Spreads heranzogen, sich auf die Untersuchung von Ausfallrisikoprämien konzentrierten, ist im Gegensatz dazu die Anzahl der Arbeiten zu Marktrisikoprämien mit einer Studie zum Swap-Markt¹² und zwei Studien zu Sovereign CDS¹³ noch sehr begrenzt. In diesem Zusammenhang ist die **zweite Frage**, die sich in dieser Arbeit stellt, ob in Corporate CDS¹⁴ Spreads eine Marktrisikoprämie enthalten ist und von welchen Faktoren ihre zeitliche Entwicklung beeinflusst wird. **Der zweite innovative Beitrag** der vorliegenden Arbeit besteht somit darin, dass sie die bislang erste empirische Studie darstellt, die Marktrisikoprämien in Corporate CDS untersucht. **Die zweite Zielsetzung der Arbeit** ist also die Definition und Schätzung eines Maßes für die Marktrisikokomponente in Corporate CDS Spreads für die oben erwähnte Gruppe europäischer Investment Grade-Unternehmen und die anschließende Untersuchung dieses resultierenden Maßes auf die Abhängigkeit von verschiedenen Faktoren mithilfe einer Paneldatenanalyse. Die Schätzung erfolgt dabei mithilfe des oben erwähnten dynamischen Kreditmodells, das unter Ausnutzung der gegebenen

¹¹Vgl. Zhang (2008).

¹²Vgl. Liu, Longstaff und Mandell (2006).

¹³Vgl. Pan und Singleton (2008) und Zhang (2008). Sovereign Credit Default Swaps sichern dabei den Ausfall von Staaten ab.

¹⁴Corporate Credit Default Swaps sichern im Unterschied zu Sovereign CDS den Ausfall von Unternehmen ab.

CDS-Paneldaten sowohl die risikoneutrale als auch die reale Verteilung der risikoneutralen Intensität schätzt und somit die Berechnung des Maßes für die Marktrisikokomponente in CDS Spreads ermöglicht.

Die Behandlung der beiden vorgestellten zentralen Fragestellungen dieser Arbeit basiert nach Absprache mit dem Betreuer der Dissertation und dem Koautor im Wesentlichen auf den gemeinsamen Aufsätzen Entrop, Schiemert und Wilkens (2010) und Entrop, Schiemert und Wilkens (2011).

1.2 Gang der Untersuchung

Der Gang der Untersuchung verläuft entlang der beiden zentralen Zielsetzungen der vorliegenden Arbeit. Zunächst führt **Kapitel 2** in den ersten beiden Abschnitten 2.1 und 2.2 die grundlegenden Begriffsbestimmungen zur Beschreibung der beiden Kreditinstrumente ein und liefert jeweils einen kurzen Überblick über die Entwicklung der beiden Kreditmärkte. Anschließend durchleuchtet Abschnitt 2.3 die strukturellen Unterschiede zwischen beiden Kreditinstrumenten. Das darauf folgende **Kapitel 3** präsentiert eine Übersicht über die relevante Literatur und grenzt gleichzeitig die innovativen Elemente der vorliegenden Arbeit von diesen vorgestellten Studien ab. Der Abschnitt 3.1 widmet sich den Untersuchungen zu Bewertungsunterschieden zwischen beiden Kreditmärkten, wohingegen der Abschnitt 3.2 sich mit den Studien zu Marktrisikoprämien beschäftigt.

Kapitel 4 entwickelt und parametrisiert das dynamische Kreditmodell zur Bewertung der beiden Kreditinstrumente. **Kapitel 5** stellt zunächst im Abschnitt 5.1 den verwendeten Datensatz aus CDS und Corporate Bonds vor. Anschließend beschreibt Abschnitt 5.2 detailliert die Methode, mit der das Kreditmodell an die Zeitreihe der CDS-Kurve kalibriert wird und diskutiert die Schätzergebnisse.

Kapitel 6 widmet sich der **ersten Zielsetzung** der Arbeit und untersucht den Bewertungsunterschied zwischen beiden Kreditmärkten. Zunächst definiert Abschnitt 6.1 das verwendete Maß für den Corporate Bond-spezifischen Bewertungsunterschied, wonach Abschnitt 6.2 dieses Maß mithilfe der im Abschnitt 5.2 geschätzten Modellparametern für alle Corporate Bonds des Datensatzes berechnet und die Ergebnisse vorstellt. Anschließend stellt Abschnitt 6.3 eine Reihe potentieller Einflussvariablen vor, und Abschnitt 6.4 untersucht ihre Wirkung auf den Bewertungsunterschied mithilfe einer Paneldatenanalyse.

Schließlich rundet Abschnitt 6.5 das Kapitel ab, indem er eine Reihe von Tests durchführt, um die Robustheit der im Abschnitt 6.4 gefundenen Zusammenhänge zu überprüfen.

Kapitel 7 widmet sich der **zweiten Zielsetzung** der Arbeit und untersucht die Marktrisikoprämien in den CDS Spreads der Unternehmen aus dem vorliegenden Datensatz. Abschnitt 7.1 illustriert zunächst detailliert die verschiedenen Bestandteile von CDS Spreads und definiert anschließend ein Maß für die Marktrisikokomponente. Anschließend berechnet Abschnitt 7.2 dieses Maß und diskutiert die Ergebnisse. Abschnitt 7.3 stellt eine Reihe potentieller Faktoren vor, die einen Einfluss auf die Entwicklung der berechneten Marktrisikoprämien haben könnten. Abschnitt 7.4 untersucht den Einfluss dieser Faktoren mithilfe einer Paneldatenanalyse.

Kapitel 8 fasst schließlich die zentralen Ergebnisse zusammen, die sich aus den beiden Untersuchungen der Arbeit ergeben.

Kapitel 2

Begriffsbestimmungen und Marktüberblick

Dieses Kapitel führt die grundlegenden Begriffe zur Beschreibung der Struktur des Credit Default Swaps und des Corporate Bonds ein, stellt die herrschenden Marktusancen vor und beschreibt detailliert die strukturellen Unterschiede zwischen den beiden Kreditinstrumenten. Zunächst stellt der **Abschnitt 2.1** die Grundstruktur des Credit Default Swaps vor und illustriert die rasante Marktentwicklung der vergangenen Jahre. Die Beschreibung des CDS-Kontraktes und der damit verbundenen Marktusancen folgt dabei den von der *International Swaps and Derivatives Association* (ISDA) festgelegten Regularien, die in den *2003 ISDA Credit Derivatives Definitions* - im Folgenden als ISDA (2003) zitiert - festgelegt sind. Der anschließende **Abschnitt 2.2** beschreibt die Struktur des Corporate Bonds und die vergangene Entwicklung des Corporate Bond-Marktes. Schließlich widmet sich **Abschnitt 2.3** der detaillierten Besprechung der strukturellen Unterschiede zwischen beiden Kreditinstrumenten, welche sich in entsprechenden konstruktionsbedingten Abweichungen zwischen Credit Default Swap Spreads und Credit Spreads von Corporate Bonds niederschlagen.

2.1 Der Credit Default Swap-Markt

Ein Credit Default Swap ist ein Over-the-Counter-Vertrag (OTC) zwischen zwei Vertragsparteien, dem *Protection Buyer* und dem *Protection Seller*. Der Protection Buyer

sichert sich mithilfe eines CDS-Kontraktes gegen einen *Credit Event* (auch Kreditereignis genannt) eines vertraglich festgelegten Referenzschuldners, der sogenannten *Reference Entity*¹ während der Laufzeit des Kontraktes ab, indem er bis zum Laufzeitende des Kontraktes oder bis zu einem eventuell davor eintretenden Credit Event vierteljährliche Prämienzahlungen an den Protection Seller leistet. Diese vierteljährlichen Prämienzahlungen ergeben sich dabei als das Produkt aus dem annualisierten CDS Spread (gemessen in bps²), der ACT/360-Day-Count-Fraction³ und dem Nominalvolumen des Kontraktes, das üblicherweise bei 10 Mio. EUR liegt. Im Gegenzug verpflichtet sich der Protection Seller im Falle eines Credit Events der Reference Entity während der Kontraktlaufzeit eine Ausgleichszahlung an den Protection Buyer zu leisten. Abbildung 2.1 verdeutlicht die Struktur des Credit Default Swap-Kontraktes.⁴

Die Ausgleichszahlung kann abhängig davon was im Kontrakt vereinbart wurde auf zwei verschiedene Arten erfolgen, entweder durch ein *Cash Settlement* oder durch ein *Physical Settlement*, wobei Letzteres gegenwärtig die vorherrschende Marktusage darstellt. Im Falle eines **Cash Settlements**⁵ erfolgt der Ausgleich durch eine Zahlung des Protection Sellers an den Protection Buyer in Höhe von $(1 - \text{Recovery Rate})$ bezogen auf das Nominalvolumen des Kontraktes, wobei es sich dabei um die Recovery Rate einer im Vertrag festgelegten Referenzobligation (*Reference Obligation*⁶) der Reference Entity handelt. Bei der Reference Obligation handelt es sich üblicherweise um einen Corporate Bond, und seine Recovery Rate wird durch eine Händlerumfrage, eine sogenannte *Dealer Poll* ermittelt.

¹Falls die Reference Entity ein Staat ist, so handelt es sich bei dem Kontrakt um einen *Sovereign CDS*, und falls sie ein Unternehmen ist, um einen *Corporate CDS*, wobei sich die vorliegende Arbeit ausschließlich mit Letzterem beschäftigt.

²bps steht für Basispunkte, wobei 100 bps einem Prozentpunkt entsprechen.

³Für CDS wird die üblicherweise am Geldmarkt verwendete ACT/360-Day-Count-Convention verwendet, wobei ACT die exakte Anzahl der Tage zwischen zwei Zahlungszeitpunkten bezeichnet.

⁴Man beachte, dass die hier besprochene Struktur des CDS der ursprünglichen „Par Spread“-Quotierung folgt, bei welcher der CDS Spread dafür sorgt, dass die Barwerte beider Seiten des Kontraktes identisch sind. In 2009 wurde die sogenannte „Upfront“-Quotierung eingeführt, bei welcher der CDS Spread 25, 100, 500 oder 1000 bps an den europäischen Märkten und 100 oder 500 bps an den US-Märkten beträgt. Der Barwertausgleich erfolgt hierbei mittels einer entsprechenden Upfront-Zahlung durch den Protection Buyer oder den Protection Seller bei Vertragsabschluss.

⁵Vgl. ISDA (2003) S. 38-43.

⁶Vgl. ISDA (2003) S. 9, Abschnitt 2.3.

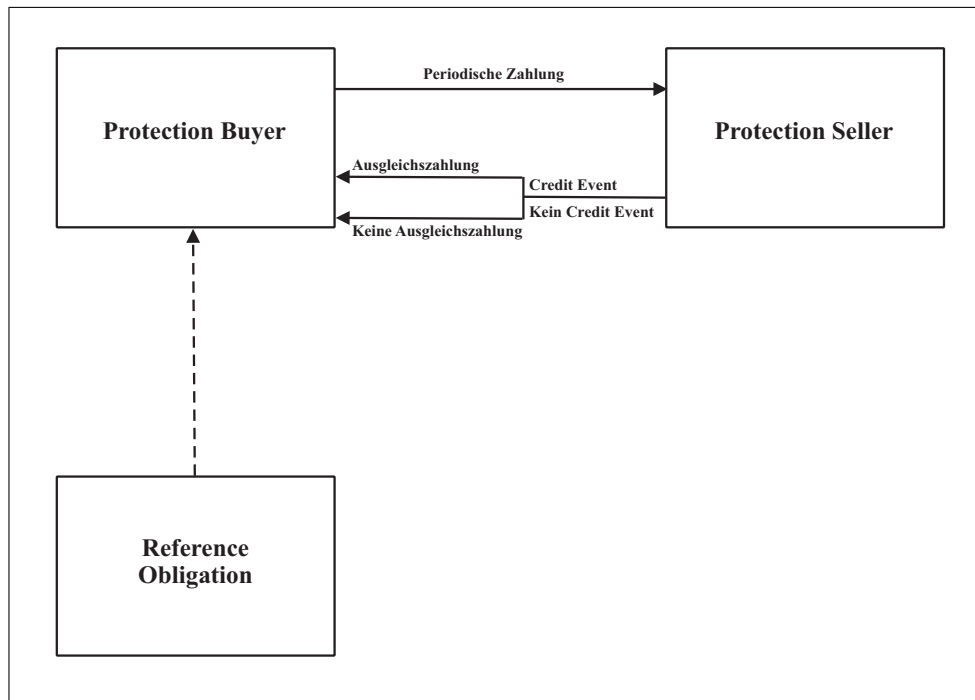


Abbildung 2.1: Struktur eines Credit Default Swaps

Diese Abbildung zeigt die grundlegende Struktur eines Credit Default Swap-Kontraktes zwischen einem Protection Buyer und einem Protection Seller.

Im Falle eines vereinbarten **Physical Settlements**⁷ liefert der Protection Buyer Obligationen der Reference Entity, die im CDS-Kontrakt als *Deliverable Obligations*⁸ festgelegt wurden, an den Protection Seller gegen die Zahlung von Par, wobei das aggregierte Nominalvolumen der gelieferten Obligationen dem Nominalvolumen des CDS-Kontraktes entspricht. Als Deliverable Obligations gelten dabei Bonds, die mindestens den Rang der im Kontrakt fixierten Reference Obligation haben⁹ - diese hat im Falle eines Physical Settlements somit lediglich eine Benchmarkfunktion. In den meisten Fällen handelt es sich dabei um Senior Unsecured Corporate Bonds. Dieses zusätzliche Recht des Protection Buyers jeden Bond, der als Deliverable Obligation gilt, liefern zu können, wird natürlich dahingehend optimal ausgenutzt, als dass stets die günstigste Deliverable Obligation geliefert wird, um dadurch die empfangene „Ausgleichszahlung“ aus dem CDS-Kontrakt zu maximieren. Dieses Wahlrecht kann somit als eine *Cheapest-to-Deliver Option* (CTD-Option) interpretiert werden.

Als ein **Credit Event**¹⁰ in einem Corporate CDS-Kontrakt gelten in der Regel drei ver-

⁷Vgl. ISDA (2003) S. 44-47.

⁸Vgl. ISDA (2003) S. 11-12, Abschnitt 2.15.

⁹Vgl. ISDA (2003) S. 13, Abschnitt 2.19(b)(i)(A) „Not Subordinated“.

¹⁰Vgl. ISDA (2003) S. 30-34.

schiedene Ereignisse: *Bankruptcy*, *Failure-to-Pay* und *Restructuring*. Eine **Bankruptcy**¹¹ liegt im Wesentlichen vor, falls die Reference Entity insolvent wird. Ein **Failure-to-Pay**¹² ist gegeben, falls die Reference Entity einer Zahlungsverpflichtung aus einer Obligation nicht nachkommt, wobei es sich normalerweise um eine nicht gezahlte Mindestsumme in Höhe von 1 Mio. USD (oder die entsprechende Summe in einer anderen Währung) handeln muss, um unbedeutende Bagatellen auszuschließen. Gegebenenfalls kann im Kontrakt auch eine gewisse „Gnadenfrist“ von einigen Tagen, eine sogenannte *Grace Period Extension*¹³ vereinbart werden, innerhalb welcher die Reference Entity ihrer Zahlungsverpflichtung noch nachkommen kann, wodurch dann folglich kein Credit Event eintreten würde. Ein **Restructuring**¹⁴ ist im Wesentlichen gegeben durch (a) Herabsetzung oder Verschiebung vereinbarter Zins- oder Tilgungszahlungen, (b) Maßnahme der Reference Entity, die eine Herabstufung der Rangfolge einer Obligation bewirkt, oder (c) Umwandlung vereinbarter Zins- oder Tilgungszahlungen in eine andere, v.a. in eine „weichere“ Währung als ursprünglich vereinbart. Gegenwärtig stehen den Marktteilnehmern drei alternative Wahlmöglichkeiten zur Verfügung, um mit Restructuring umzugehen: *Full Restructuring* (FR), *Modified-Modified Restructuring* (MM) und *No Restructuring* (NR). Bei der Full Restructuring-Klausel können alle Deliverable Obligations mit einer Restlaufzeit von bis zu 30 Jahren gegen die Zahlung von Par geliefert werden. Diese Klausel wird gegenwärtig vor allem am japanischen Markt angewandt. Im Falle der Modified-Modified Restructuring-Klausel unterliegen die Deliverable Obligations einer gewissen Laufzeitbeschränkung.¹⁵ Diese Klausel wird gegenwärtig vorwiegend in Europa angewandt. Schließlich kann Restructuring gänzlich als Credit Event ausgeschlossen werden, falls die No Restructuring-Klausel gewählt wird. Diese Klausel wird gegenwärtig vor allem an den US-Märkten vorgezogen.¹⁶

Der CDS-Markt hat in den vergangenen zehn Jahren, wie in Abbildung 2.2 durch die zeitliche Entwicklung des ausstehenden Nominalvolumens veranschaulicht, ein rasantes Wachstum erfahren. Das weltweit ausstehende CDS-Nominalvolumen hat sich von 631 Mrd. USD

¹¹Vgl. ISDA (2003) S. 30, Abschnitt 4.2.

¹²Vgl. ISDA (2003) S. 31, Abschnitt 4.5.

¹³Vgl. ISDA (2003) S. 2-3, Abschnitt 1.11 und 1.12.

¹⁴Vgl. ISDA (2003) S. 32-33, Abschnitt 4.7.

¹⁵Vgl. ISDA (2003) S. 22-24, Abschnitt 2.33.

¹⁶Vor 2009 galt an den US-Märkten eine vierte Restructuring-Klausel, die sogenannten *Modified Restructuring*-Klausel (MR), die eine strengere Laufzeitbeschränkung für die Deliverable Obligations vorsah als die MM-Klausel. Vgl. hierzu ISDA (2003) S. 21-22, Abschnitt 2.32.

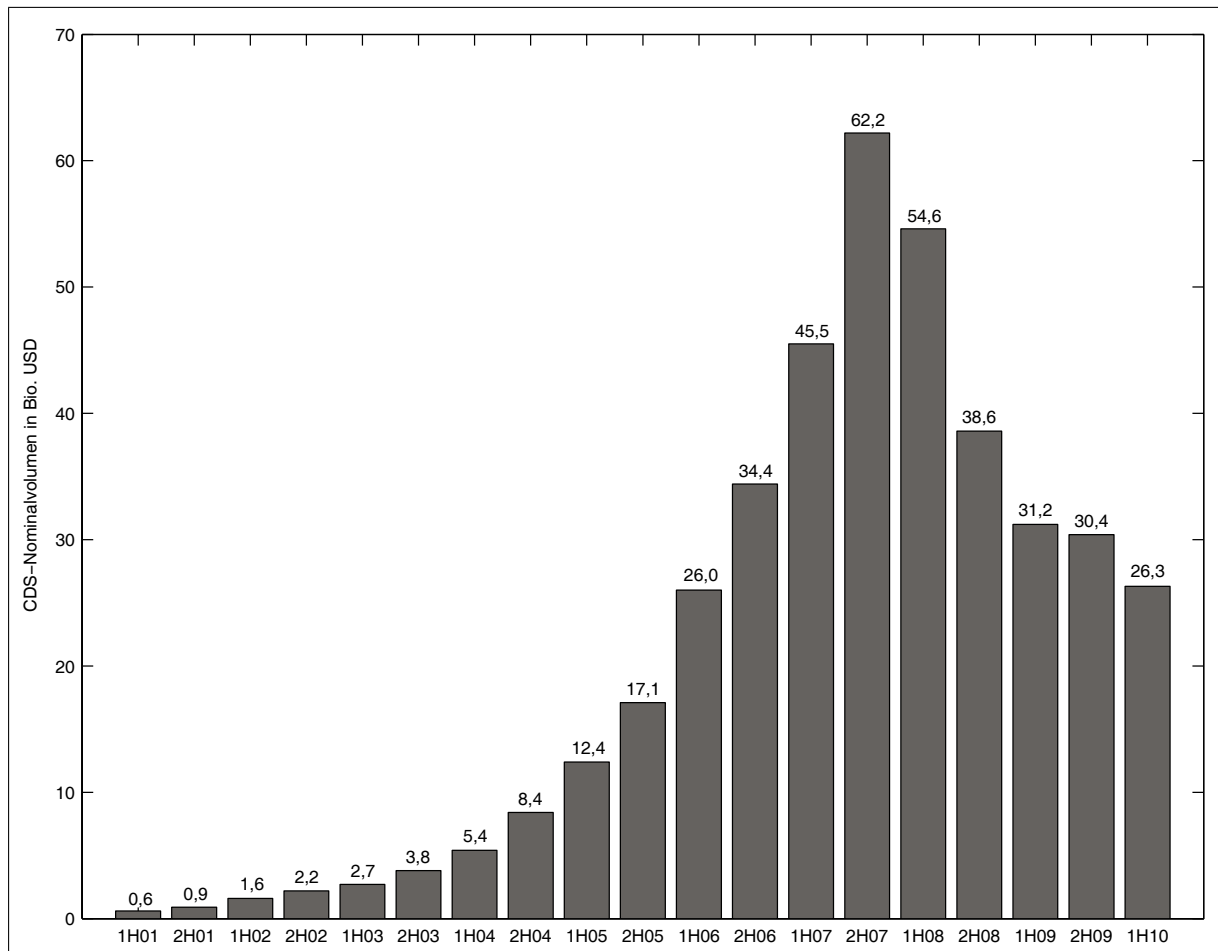


Abbildung 2.2: Weltweit ausstehendes CDS-Nominalvolumen

Diese Abbildung veranschaulicht die zeitliche Entwicklung des weltweit ausstehenden CDS-Nominalvolumens (in Bio. USD) gemäß der halbjährlichen ISDA Market Surveys. Dabei ist zu beachten, dass die Daten neben CDS auf einzelne Reference Entities auch Basket CDS und CDS auf Portfolios beinhalten.

im ersten Halbjahr 2001 bis zum zweiten Halbjahr 2007 auf 62,2 Bio. USD fast verhundertfacht. Im ersten Halbjahr 2010 lag das weltweit ausstehende Nominalvolumen bei 26,3 Bio. USD.

Gemäß der Umfrage der British Bankers' Association (BBA) aus dem Jahr 2006 stellen Banken mit einem Marktanteil von 59% die bedeutendsten Marktteilnehmer unter den Protection Buyern dar, gefolgt von Hedgefonds mit 28% und Versicherern mit 6%.¹⁷ Auf der Seite der Protection Seller ergibt sich ein ähnliches Bild. Hier halten Banken einen Marktanteil von 44%, gefolgt von Hedgefonds mit 32% und Versicherern mit 17%.

Credit Default Swaps bieten zahlreiche Einsatzmöglichkeiten. So werden CDS von vielen Banken aktiv zur **Absicherung von eingegangenen Kreditrisiken** eingesetzt.¹⁸ Der Vorteil von CDS für eine Bank ist darin zu sehen, dass sie Kreditrisiken von Kun-

¹⁷Vgl. BBA (2006).

¹⁸Vgl. O'Kane (2008) S. 6.

den „verkaufen“ kann, ohne dies ihren Kunden mitteilen zu müssen, oder die Kreditlinien für bestimmte Kunden künstlich ausweiten kann, ohne originäre Kreditrisiken eingehen zu müssen. Diese Einsatzmöglichkeit für Banken erklärt zusammen mit ihren Market-Making-Aktivitäten den hohen Marktanteil von 59%, den sie unter den Protection Buyern einnehmen. Andererseits können Banken als Protection Seller auch ihr gegebenenfalls einseitig aufgestelltes **Kreditportfolio** nach Unternehmen, Branchen und Ländern **diversifizieren**.¹⁹ Des Weiteren bieten CDS Versicherungen die Möglichkeit, statt eine **Investition** in Corporate Bonds zu tätigen, Protection auf den Emittenten zu verkaufen und dadurch ohne direkten Kapitaleinsatz eine Kreditrisikoprämie zu verdienen.²⁰ Dies erklärt auch den relativ hohen Marktanteil von 17% der Versicherer unter den Protection Sellern im Vergleich von lediglich 6% unter den Protection Buyern. Schließlich kann ein spekulativer Investor, wie zum Beispiel ein Hedgefonds, auch auf die **Verschlechterung der Kreditqualität oder den Ausfall einer Reference Entity** spekulieren.

2.2 Der Corporate Bond-Markt

Corporate Bonds dienen der langfristigen Kreditfinanzierung von Unternehmen²¹, sind jedoch im Gegensatz zu klassischen Bankkrediten am Sekundärmarkt handelbar. Durch einen Corporate Bond verpflichtet sich das emittierende Unternehmen gegenüber seinen Investoren zu regelmäßigen, in Europa üblicherweise jährlichen Zinszahlungen während der Laufzeit des Bonds und zur Rückzahlung des Nominalwertes am Fälligkeitstag. Sollte der Emittent ausfallen, d.h. sollte er während der Laufzeit des Corporate Bonds nicht in der Lage sein, seinen vereinbarten Zins- oder Tilgungszahlungen nachzukommen und Insolvenz anmelden, so werden die Gläubigeransprüche an das Unternehmen vorrangig vor den Ansprüchen der Aktionäre bedient. Eine solche Rangfolge ist auch innerhalb der verschiedenen unbesicherten Corporate Bonds gegeben, die sich entsprechend in den realisierten Recovery Rates niederschlägt. So lag der Median der zwischen 1970 und 1999 realisierten Recovery Rates gemäß Moody's (2000) für Senior Unsecured Corporate Bonds bei 48%, für Senior Subordinated Bonds bei 36%, für Subordinated Bonds bei 30% und

¹⁹Vgl. O'Kane (2008) S. 6.

²⁰Vgl. O'Kane (2008) S. 7.

²¹Für die verschiedenen Instrumente langfristiger Kreditfinanzierung von Unternehmen vgl. Perridon, Steiner und Rathgeber (2009) S. 395-423.

für Junior Subordinated Bonds bei lediglich 16%.²²

Der Credit Spread eines Corporate Bonds, d.h. die Differenz seiner Yield zu der laufzeitäquivalenten Yield ausfallrisikofreier Staatsanleihen, stellt eine Gesamtvergütung für das Kreditrisiko des Emittenten dar und setzt sich zusammen aus den Komponenten für erwartete Verluste, für die Ausfallrisikoprämie und für die Marktrisikoprämie. Corporate Bonds lassen sich gemäß ihrer Bonität in Investment Grade und Speculative Grade oder High Yield Bonds einteilen. Erstere haben eine hohe Bonität, letztere weisen ein höheres Bonitätsrisiko auf.

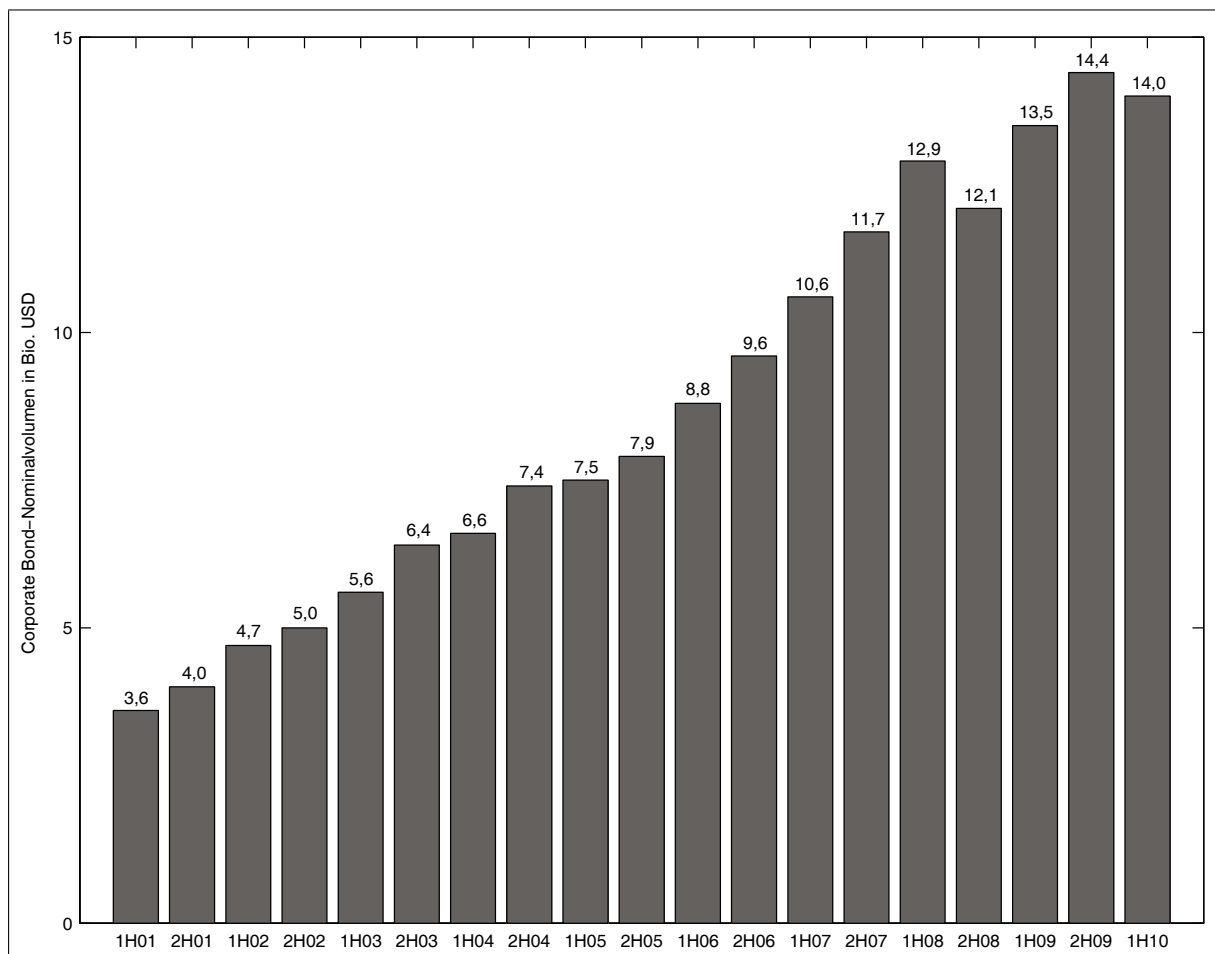


Abbildung 2.3: Weltweit ausstehendes Corporate Bond-Nominalvolumen

Diese Abbildung veranschaulicht die Entwicklung des ausstehenden Corporate Bond-Nominalvolumens (in Bio. USD), wobei es sich um das Nominalvolumen der *International bonds and notes* gemäß den BIS Quarterly Reviews handelt, die von Finanzinstituten und Corporates emittiert wurden.

Es gibt auch Corporate Bonds mit einer ganzen Bandbreite zusätzlicher Charakteristika, wie z.B. mit anhängenden Optionsrechten, z.B. Callable Bonds²³, Puttable Bonds²⁴ oder

²²Dabei handelt es sich um Recovery Rates bezogen auf den Nominalwert des Corporate Bonds, vgl. Moody's (2000) S. 17-19 und S. 25 Tabelle 24.

²³Vgl. Wilson und Fabozzi (1996) S. 269-290.

²⁴Vgl. Wilson und Fabozzi (1996) S. 291-293.

Convertible Bonds²⁵, die dem Emittenten oder dem Investor während der Laufzeit des Bonds besondere Rechte einräumen. Die Untersuchung der vorliegenden Arbeit stützt sich ausschließlich auf Plain Vanilla Investment Grade Senior Unsecured Corporate Bonds.

Abbildung 2.3 veranschaulicht die Entwicklung des weltweiten Corporate Bond-Marktes am Beispiel des ausstehenden Nominalvolumens der *International bonds and notes* gemäß den Daten, die durch die *Bank for International Settlements* (BIS) zusammengestellt werden.²⁶ Im ersten Halbjahr 2001 betrug das Nominalvolumen der ausstehenden internationalen Bonds 3,6 Bio. USD und im ersten Halbjahr 2010 14,0 Bio. USD.

2.3 Strukturelle Unterschiede zwischen CDS und Corporate Bonds

Die Literatur unterscheidet zwischen zwei verschiedenen Klassen von Faktoren, die zu einem Bewertungsunterschied zwischen Credit Default Swaps und Corporate Bonds führen können.²⁷ Zum Einen handelt es sich dabei um strukturelle Faktoren²⁸, welche sich unmittelbar konstruktionsbedingt aus den unterschiedlichen Grundstrukturen der beiden Kreditinstrumente ergeben. Zum Anderen handelt es sich um Marktfaktoren²⁹, welche sich im Wesentlichen aus den an beiden Kreditmärkten unterschiedlichen Angebots- und Nachfragesituationen und Liquiditätseinflüssen ergeben.

Das Ziel dieses Abschnittes besteht darin, die strukturellen Faktoren detailliert vorzustellen und darunter diejenigen hervorzuheben, die sich durch das modellbasierte Vorgehen dieser Untersuchung explizit berücksichtigen lassen. Die Berücksichtigung dieser Faktoren im verwendeten Kreditmodell führt dazu, dass der berechnete Bewertungsunterschied von diesen rein konstruktionsbedingten Verzerrungen bereinigt wird. Der Einfluss der restlichen strukturellen Faktoren, der sich nicht eindeutig durch das Kreditmodell erfassen

²⁵Vgl. Wilson und Fabozzi (1996) S. 151-170.

²⁶Dabei handelt es sich um die Daten aus den Tabellen *13B-International bonds and notes* der *BIS Quarterly Reviews*, wobei ausschließlich *Straight fixed rate*-Instrumente berücksichtigt wurden, die von Finanzinstituten oder Corporates emittiert wurden. Für die genaue Definition von *International bonds and notes* vgl. BIS (2009) S. 20-23.

²⁷Vgl. O’Kane und McAdie (2001) und Hjort (2003).

²⁸O’Kane und McAdie (2001) und Hjort (2003) bezeichnen diese Faktoren als „Fundamental Factors“.

²⁹O’Kane und McAdie (2001) bezeichnen diese Faktoren als „Market Factors“ und Hjort (2003) nennt sie „Technical Factors“.

lässt, wird in Kapitel 6 zusammen mit dem Einfluss der dort präzisierten Marktfaktoren anhand festgelegter Proxies empirisch untersucht.

Den Ausgangspunkt der Betrachtung bildet dabei ein sehr stark idealisierter Bedingungsrahmen nach Duffie (1999), in welchem die Äquivalenz der annualisierten CDS Spreads und Credit Spreads durch die Arbitragebeziehung zwischen beiden Kreditinstrumenten gewährleistet wird.³⁰ Dazu wird das Zahlungsprofil eines Protection Buyers in einem CDS-Kontrakt durch ein Portfolio bestehend aus einer Short-Position in einem Corporate Floating Rate Note (C-FRN) der Reference Entity und einer Long-Position in einem ausfallrisikofreien Floating Rate Note (FRN) dupliziert, wobei sowohl der C-FRN als auch der FRN dieselbe Restlaufzeit τ und dieselben Zahlungszeitpunkte wie der CDS-Kontrakt haben sollen. Des Weiteren sollen weder beim Kauf noch beim Leerverkauf Transaktionskosten anfallen. Steuereffekte sollen ebenfalls keine Rolle spielen.

Zum Abschlusszeitpunkt des CDS-Kontraktes verkauft der Investor den C-FRN zu seinem Nominalwert leer und kauft für diesen Betrag den ausfallrisikofreien FRN zum Nominalwert, so dass er genauso wie der Protection Buyer insgesamt eine Nettozahlung von Null zu leisten hat. Beim Kupontermin muss der Investor für die Short-Position im C-FRN einen Kupon in Höhe des risikofreien Zinses R_τ zuzüglich eines festgelegten Credit Spreads leisten und nimmt für die Long-Position im ausfallrisikofreien FRN einen Kupon in Höhe von R_τ ein, sodass er insgesamt eine Nettozahlung in Höhe des Credit Spreads zu leisten hat.

Findet während der Laufzeit des CDS kein Credit Event statt, so löst der Investor am Laufzeitende seine Long- und Short-Position auf, wobei sich die zwei Zahlungen in Höhe der Nominalwerte genau aufheben. Der Protection Buyer zahlt in diesem Fall die CDS-Prämie bis zum Laufzeitende und erhält ebenfalls keine Zahlung vom Protection Seller am Laufzeitende. Findet andererseits ein Credit Event vor Laufzeitende statt, so kauft der Investor beim nächsten Kupontermin den C-FRN zum ausgefallenen Marktpreis zurück und verkauft den ausfallrisikofreien FRN zum Nominalwert, wodurch er insgesamt eine Nettozahlung in Höhe des *Loss Given Defaults*³¹ (LGD) des C-FRN erhält.³² Der Protection Buyer erhält ähnlich zum nächsten Kupontermin eine Zahlung in Höhe des LGD vom Protection Seller.

³⁰Vgl. Duffie (1999) S. 74-75.

³¹Der Loss Given Default entspricht also der Differenz zwischen dem Nominalwert und dem Marktwert des C-FRN nach dem Credit Event.

³²Stückzinsen des ausfallrisikofreien FRN werden hier ebenfalls vernachlässigt. Vgl. hierzu Duffie (1999) S. 77-78.

Da in allen Szenarien der Protection Buyer und der besagte Investor Zahlungen derselben Höhe erhalten, müssen aus Gründen der Arbitragefreiheitsbedingung der CDS Spread und der Credit Spread des C-FRN identisch sein. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich jedoch nicht mit C-FRN sondern mit Corporate Bonds, die eine feste Kuponrate aufweisen. Die Untersuchung von Duffie und Liu (2001) kommt jedoch zu dem Ergebnis, dass die Credit Spreads von zu Par notierenden C-FRN eine vernünftige Approximation von Credit Spreads von zu Par notierenden Corporate Bonds darstellen.³³

Die im Folgenden vorgestellten sechs strukturellen Faktoren, die zu einer Abweichung von der vorgestellten idealisierten Identität der beiden Spreads führen, werden dabei stets isoliert betrachtet, d.h. unter Vernachlässigung des Einflusses der jeweils anderen fünf Faktoren.

(i) Kontrahentenrisiko im CDS-Kontrakt. Der augenscheinlichste strukturelle Unterschied zwischen beiden Kreditinstrumenten ist, dass während der Corporate Bond ein Wertpapier darstellt, dessen Erwerb mit einer Transaktion zwischen dem Käufer und dem Verkäufer abgeschlossen ist, der CDS einen OTC-Vertrag darstellt, bei dessen Abschluss keine unmittelbare Transaktion stattfindet.³⁴ Hierdurch wohnt dem CDS-Kontrakt - im Gegensatz zum Corporate Bond - ein beidseitiges Kontrahentenrisiko inne, d.h. das Risiko, dass einer der beiden Kontrahenten seinen vertraglich vereinbarten Zahlungsverpflichtungen nicht nachkommen kann.

Dieses Kontrahentenrisiko ist jedoch sehr asymmetrisch zwischen den beiden Kontrahenten verteilt. Während der Protection Seller bei Ausfall des Protection Buyers lediglich seinen (potentiellen) Mark-to-Market-Gewinn³⁵ verliert, wiegt der Ausfall des Protection Sellers für den Protection Buyer im Falle eines Credit Events viel schwerer.³⁶ Der Protection Buyer müsste in diesem Fall auf seine Ausgleichszahlung verzichten, welche in der Regel um ein Vielfaches höher liegt als ein potentieller Markt-to-Market-Gewinn des Protection Sellers. Da das Kontrahentenrisiko aus der Sicht des Protection Buyers mit einem Credit Event verbunden ist, hängt es auch von der Korrelation zwischen dem Ausfall der

³³Vgl. hierzu auch Duffie (1999) S. 78.

³⁴An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, dass es sich hierbei, wie bereits im Abschnitt 2.1 erwähnt, um die „Par Spread“-Struktur und nicht um die in 2009 eingeführte „Upfront“-Struktur eines CDS handelt.

³⁵Für den Protection Seller liegt ein Mark-to-Market-Gewinn dann vor, wenn der vertraglich vereinbarte CDS Spread, den er einnimmt, über dem aktuellen CDS Spread am Markt liegt.

³⁶Vgl. Hjort (2003) S. 42.

Reference Entity und dem Ausfall des Protection Sellers ab.³⁷ Insgesamt würde also ein Protection Buyer eine geringere CDS-Prämie zahlen, um sich das für ihn gravierendere Kontrahentenrisiko vergüten zu lassen. Dies führt also insgesamt dazu, dass der CDS Spread entsprechend unter dem Credit Spread liegt.

(ii) CTD-Option im CDS-Kontrakt. Das im Abschnitt 2.1 angesprochene Recht des Protection Buyers, im Falle eines Credit Events in einem CDS-Kontrakt, der Physical Settlement vorsieht, den günstigsten aller verfügbaren Deliverable Obligations an den Protection Seller zu liefern, manifestiert sich darin, dass sich der Protection Seller diese CTD-Option durch eine höhere CDS-Prämie vergüten lässt.³⁸ Dies führt dazu, dass der CDS Spread entsprechend höher liegt als der Credit Spread. Der Wert der CTD-Option hängt dabei einerseits von der Menge der verschiedenen Deliverable Obligations ab und von der Form des Credit Events. Im Falle einer Bankruptcy sollten bis auf gewisse Liquiditätseinflüsse alle Deliverable Obligations ungefähr denselben Marktwert haben³⁹, wodurch die Rolle der CTD-Option kaum ins Gewicht fällt. Im Falle eines Restructurings können die Marktwerte der verschiedenen Deliverable Obligations signifikant voneinander abweichen⁴⁰, wodurch die Rolle der CTD-Option entsprechend aufgewertet wird. Der Wert der Option hängt dabei stark von der im CDS-Kontrakt gewählten Restructuring-Klausel ab. Er ist am höchsten im Falle der Full Restructuring-Klausel, bei welcher alle Deliverable Obligations mit einer Restlaufzeit von bis zu 30 Jahren geliefert werden können und am niedrigsten, falls die No Restructuring-Klausel gewählt wurde. Im Falle der Modified-Modified Restructuring-Klausel liegt der Wert der CTD-Option zwischen diesen beiden Extremwerten.

(iii) Abweichung des Corporate Bond-Preises vom Parwert⁴¹. Der Protection Seller in einem CDS-Kontrakt muss im Falle eines Credit Events eine Ausgleichszahlung leisten, welche stets der Differenz zwischen dem Nominalwert und dem Marktwert der CTD-Obligation nach dem Credit Event entspricht, d.h. er ist stets einem LGD ausgesetzt, welcher $(1 - \text{Recovery Rate})$ bezogen auf den Nominalwert entspricht. Im Gegensatz zum Protection Seller, ist ein Investor mit einer Long-Position in einem Corporate Bond der Reference Entity des CDS-Kontraktes einem LGD ausgesetzt, welcher der Differenz

³⁷Vgl. O’Kane und McAdie (2001) S. 9.

³⁸Vgl. O’Kane und McAdie (2001) S. 5.

³⁹Vgl. Hjort (2003) S. 38-39.

⁴⁰Vgl. Hjort (2003) S. 39.

⁴¹Vgl. O’Kane und McAdie (2001) S. 8-9 und Hjort (2003) S. 41.

zwischen dem Dirty-Price des Bonds und seinem Marktwert nach dem Credit Event entspricht. Liegt der Dirty Price des besagten Corporate Bonds über seinem Nominalwert, so ist der Bondinvestor einem höheren LGD ausgesetzt als der besagte Protection Seller. Der Credit Spread dieses Bonds wird entsprechend über dem CDS Spread liegen. Liegt der Dirty Price des Bonds andererseits unter seinem Nominalwert, so ist der Investor einem geringeren LGD ausgesetzt als der Protection Seller. Der Credit Spread des Bonds wird entsprechend unter dem CDS Spread liegen.

(iv) Stückprämien im CDS-Kontrakt. Der Protection Seller in einem CDS-Kontrakt erhält im Falle eines Credit Events der Reference Entity vom Protection Buyer die seit der letzten Prämienzahlung angesammelten Stückprämien. Im Gegensatz dazu hat ein Investor mit einer Long-Position in einem Corporate Bond der Reference Entity im Falle eines Credit Events in der Regel keinen Anspruch auf die seit der letzten Kuponzahlung angesammelten Stückzinsen. Dies führt dazu, dass der CDS Spread entsprechend unter dem Credit Spread liegt.

(v) Abweichende Zahlungsfrequenzen. Während an den europäischen Corporate Bond-Märkten die Kuponzahlungen in der Regel jährlich stattfinden, gelten für CDS vierteljährliche Prämienzahlungen. Im Zuge eines ökonomischen, auf Barwerten basierenden Vergleichs würde dies dazu führen, dass der annualisierte CDS Spread entsprechend unter dem annualisierten Credit Spread liegen muss.

(vi) Abweichende Day-Count-Conventions. An den Bond-Märkten wird üblicherweise die 30/360-Day-Count-Convention verwendet, wohingegen für CDS, wie im Abschnitt 2.1 erwähnt, die üblicherweise am Geldmarkt verwendete ACT/360-Day-Count-Convention zum Zuge kommt. Dies führt also quotierungsbedingt dazu, dass der annualisierte CDS Spread entsprechend unter dem annualisierten Credit Spread liegen muss.

Da das Kontrahentenrisiko in (i) stets von dem Kreditrisiko des jeweiligen Protection Sellers abhängt und der Wert der CTD-Option in (ii) sich ebenfalls sehr schwer eingrenzen lässt, werden diese beiden Effekte bei der Entwicklung des Kreditmodells im Kapitel 4 nicht explizit berücksichtigt. Ihr Einfluss wird vielmehr in der empirischen Untersuchung des Bewertungsunterschiedes zwischen beiden Kreditmärkten im Kapitel 6 mithilfe geeigneter Proxies überprüft. Im Gegensatz dazu werden die strukturellen Unterschiede (iii)-(vi) bei der Entwicklung des Kreditmodells exakt berücksichtigt. Hierdurch kann der berechnete Bewertungsunterschied von den von diesen Faktoren verursachten strukturellen Verzerrungen bereinigt werden.

Kapitel 3

Literaturüberblick

Das Ziel dieses Kapitels besteht darin, zu beiden Zielsetzungen der vorliegenden Arbeit einen Überblick über die bestehende relevante Literatur zu liefern und die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen von diesen abzusetzen. Dabei widmet sich **Abschnitt 3.1** zunächst den empirischen Untersuchungen, die das Zusammenspiel zwischen dem Credit Default Swap- und dem Corporate Bond-Markt untersuchen, wobei der Schwerpunkt auf den Untersuchungen liegt, die die Bewertungsunterschiede zwischen beiden Kreditmärkten erforschen. Anschließend liefert **Abschnitt 3.2** einen Überblick über die empirischen Studien, die Risikoprämien an Kreditmärkten untersuchen, wobei der Schwerpunkt auf den Untersuchungen zu Marktrisikoprämien liegt.

3.1 Empirische Studien zu Bewertungsunterschieden

Das Ziel dieses Abschnittes ist es, einen Überblick über die bislang durchgeführten empirischen Studien, die das Zusammenspiel zwischen Credit Default Swaps und Corporate Bonds erforschen, zu liefern und den Ansatz der vorliegenden Arbeit von diesen abzusetzen. Die empirischen Untersuchungen lassen sich dabei in zwei Stränge einteilen.

Der erste Untersuchungsstrang erforscht das zeitliche Zusammenspiel der beiden Kreditmärkte, indem er der Frage nachgeht, welcher der beiden Märkte schneller auf neue Informationen reagiert. Die Zeitreihenuntersuchungen unter anderem von Blanco, Brennan und Marsh (2005), Zhu (2006) und Norden und Weber (2009) kommen zu dem Schluss, dass der Credit Default Swap-Markt neue Informationen vor dem Corporate Bond-Markt verarbeitet. Die Studie von Norden und Weber (2009), die dabei auch den Aktienmarkt in

die Untersuchung miteinbezieht, findet darüber hinaus auch, dass der Aktienmarkt neue Informationen noch vor den beiden Kreditmärkten verarbeitet, und dass der CDS-Markt empfindlicher auf Bewegungen des Aktienmarktes reagiert als der Corporate Bond-Markt.

Der zweite Untersuchungsstrang, zu dem auch der Beitrag dieser Arbeit zählt, beschäftigt sich mit den Bewertungsunterschieden zwischen den beiden Kreditmärkten. Hull, Predescu und White (2004) ziehen für ihre Studie USD-denominierte Credit Default Swaps bzw. Corporate Bonds für 31 Unternehmen für den Zeitraum von 01.1998 bis 05.2002 heran. Aus ihrem Corporate Bond-Datensatz berechnen sie mittels linearer Regression fünfjährige Par-Yields für jedes Unternehmen. Sie vergleichen die fünfjährigen Credit Spreads nach einer Korrektur für Stückzinsen mit den Marktpreisen für fünfjährige CDS Spreads. Sie stellen dabei fest, dass der resultierende Unterschied stark von der Wahl der Benchmark für die risikofreie Verzinsung abhängt. Im Durchschnitt ergibt sich unter Verwendung der fünfjährigen Swaprate ein viel geringerer Unterschied als unter Verwendung der fünfjährigen Treasury Par-Yield. Bei der Verwendung von Treasury Par-Yields sind die resultierenden Credit Spreads im Durchschnitt um 62,87 bps höher als die CDS Spreads. Bei der Verwendung von Swaprates sind die resultierenden Credit Spreads im Durchschnitt um 6,51 bps niedriger als die CDS Spreads.¹ Sie kommen insgesamt zum Schluss, dass die am Markt verwendete risikofreie Benchmark zwischen der Verzinsung von Treasury-Bonds und Swaprates liegt, wobei sie viel näher an Swaprates anzusiedeln ist.

Houweling und Vorst (2005) gründen ihre Untersuchung auf EUR- und USD-denominierte Corporate Bonds bzw. CDS für 225 Unternehmen für den Zeitraum zwischen 05.1999 und 01.2001. Sie betrachten insgesamt neun deterministische Kreditmodelle mit drei verschiedenen Spezifikationen für die Ausfallintensität und mit jeweils drei verschiedenen Benchmarks für den risikofreien Zins: Verzinsung von risikofreien Staatsanleihen, Reporates und Swaprates. Sie kalibrieren diese neun Modelle an ihre Corporate Bonds und berechnen mithilfe der resultierenden Modellparameter Modellpreise für ihre CDS Spreads. Anschließend vergleichen sie diese CDS-Modellpreise mit den entsprechenden CDS Spreads am Markt. Für Unternehmen aus dem Investment Grade-Sektor erhalten sie eine bedeutend geringere Abweichung bei Verwendung von Reporates und Swaprates als bei Verwendung der Verzinsung von Staatsanleihen.² Sie kommen, wie Hull, Predescu und White (2004) zu dem Schluss, dass der Markt nicht mehr die Zinsen risikofreier Staatsanleihen als die Benchmark betrachtet, sondern Swaprates bzw. Reporates.

¹Vgl. Hull, Predescu und White (2004) S. 2799 Tabelle 3.

²Vgl. Houweling und Vorst (2005) S. 1220 Tabelle 5.

Im Unterschied zu den beiden letztgenannten Studien versucht die vorliegende Arbeit den Preisunterschied zwischen beiden Kreditmärkten nicht durch die Wahl einer passenden risikofreien Benchmark zu erklären, sondern sie entscheidet sich im ersten Schritt für eine ökonomisch gerechtfertigte Benchmark und erklärt die resultierenden Preisunterschiede mittels ökonomischer Einflussgrößen, wie z.B. dem Einfluss von Liquidität am Corporate Bond- und am CDS-Markt. Die Wahl der Benchmark für den risikofreien Zins fällt dabei auf die Verzinsung deutscher Staatsanleihen und nicht auf die Swap-Kurve. Dies liegt nicht zuletzt daran, dass Liu, Longstaff und Mandell (2006) in ihrer empirischen Untersuchung von Swaprates darin auch Komponenten finden, die Investoren für die Übernahme von Ausfallrisiken kompensieren und somit also nicht als ausfallrisikofreie Zinssätze betrachtet werden können.

Die empirische Studie von Cossin und Lu (2005) untersucht den Preisunterschied zwischen beiden Kreditmärkten anhand EUR-denominierter Corporate Bonds bzw. Credit Default Swaps von 39 Unternehmen während der Zeitperiode zwischen 01.2002 und 07.2003. Die Autoren berechnen aus ihren Corporate Bond-Daten fünfjährige Par-Yield Credit Spreads mittels Interpolation bereinigt um Stückzinsen. Von diesen Credit Spreads spalten sie anschließend mithilfe des von Chen, Lesmond und Wei (2005) für Corporate Bonds spezifizierten Limited Dependent Variable-Modells eine zeitlich variierende Liquiditätskomponente ab, wodurch sich der durchschnittliche Unterschied zwischen Credit Spreads und CDS Spreads von zuvor 11,6 bps auf 0,7 bps verringert.³ Sie zeigen, dass neben dem fünfjährigen CDS Spread die abgespaltene Liquiditätskomponente einen bedeutenden Teil der Variation von Credit Spreads erklärt.

Jankowitsch, Pullirsch und Veza (2008) betrachten die implizite CTD-Option in Credit Default Swap-Kontrakten als hauptsächliche Ursache für die Existenz von Preisunterschieden relativ zu Corporate Bonds. Sie untersuchen den Preisunterschied für 12 Unternehmen anhand EUR-denominierter Corporate Bonds bzw. Credit Default Swaps für den Zeitraum von 01.2003 bis 01.2005. Die Autoren kalibrieren zunächst sechs verschiedene Kreditmodelle mit deterministischer Ausfallintensität an den täglichen Querschnitt ihrer Corporate Bond-Daten. Die sechs verschiedenen Modellspezifikationen unterscheiden sich in der Funktionalform der Ausfallintensität.⁴ Dabei handelt es sich um eine lineare, eine quadratische, eine kubische und eine log-lineare Funktion der Zeit, und Funktionen der Zeit spezifiziert gemäß Nelson und Siegel (1987) und gemäß Svensson (1994). Die Modell-

³Vgl. Cossin und Lu (2005) S. 27 Tabelle 4 und S. 28 Tabelle 5.

⁴Vgl. Jankowitsch, Pullirsch und Veza (2008) S. 1272 Tabelle 1.

spezifikation gemäß Nelson und Siegel (1987) ergibt dabei insgesamt den besten Fit bei Berücksichtigung der Parameteranzahl. Mithilfe dieses Modells werden anschließend CDS Spreads berechnet und mit den entsprechenden Marktpreisen verglichen. Im Durchschnitt liegen die Modellpreise mit 19,57 bps unter den Marktpreisen, wobei hier zu beachten ist, dass als risikofreie Benchmark die Swap-Kurve verwendet wurde.

Um den Einfluss der CTD-Option auf den untersuchten Preisunterschied zu analysieren, erweitern die Autoren ihr gewähltes Kreditmodell um stochastische Recovery Rates, wodurch sie aus den gegebenen CDS Spreads am Markt die minimale erwartete Recovery Rate für jeden Tag und jedes Unternehmen schätzen können. Im Durchschnitt liegen bei Berücksichtigung dieser minimalen erwarteten Recovery Rate die CDS-Modellpreise nur noch um 4,81 bps unter den entsprechenden Marktpreisen. Univariate Querschnittsregressionen der durchschnittlichen erwarteten minimalen Recovery Rates auf Variablen, die den Einfluss der CTD-Option und der Liquidität der verwendeten Corporate Bonds erfassen, zeigen dass Erstere im Gegensatz zu Letzteren einen signifikanten Anteil der Variation erklären können.⁵

Im Unterschied zu den beiden letztgenannten Untersuchungen, Cossin und Lu (2005) und Jankowitsch, Pullirsch und Veza (2008) konzentriert sich die vorliegende Arbeit nicht auf einen einzigen Faktor, um den Preisunterschied zwischen beiden Kreditmärkten zu ergründen, sondern zieht bei der Erklärung der resultierenden Preisunterschiede ein breites Spektrum von möglichen Einflussvariablen in Betracht.

Die Studien von Levin, Perli und Zakrajsek (2005) und von Longstaff, Mithal und Neis (2005) sind dem in dieser Arbeit verfolgten Ansatz am nächsten, da sie den Bewertungsunterschied nicht als eine unternehmensspezifische Größe für eine bestimmte Restlaufzeit sondern ebenfalls als ein Corporate Bond-spezifisches Maß begreifen. Die empirische Untersuchung von Levin, Perli und Zakrajsek (2005) basiert auf USD-denominierten CDS bzw. Corporate Bonds von 306 Unternehmen während der Zeitperiode zwischen 01.2001 und 09.2005. Um ein Corporate Bond-spezifisches Maß für den Bewertungsunterschied zu berechnen, konstruieren die Autoren zunächst eine zehnjährige CDS-Kurve für jedes Unternehmen auf täglicher Basis mittels nichtlinearer Interpolation. Für jeden ihrer Bonds berechnen sie einen Credit Spread als die Differenz der Yield-to-Maturity und der restlaufzeitäquivalenten Swaprate. Ihre Corporate Bond-spezifische Basis berechnen sie anschließend als die Differenz zwischen dem restlaufzeitäquivalenten CDS Spread und dem Credit

⁵Vgl. Jankowitsch, Pullirsch und Veza (2008) S. 1283 Tabelle 8.

Spread des Bonds. Im Durchschnitt liegen die Credit Spreads für ihre Unternehmen aus dem Investment Grade-Sektor um 3,99 bps über den entsprechenden CDS Spreads.⁶ Die Zeitreihen- und Querschnittsregressionen, die sie durchführen, deuten darauf hin, dass im Gegensatz zu makroökonomischen Faktoren, wie z.B. Inflationsrisiko oder Unsicherheiten bezüglich Zinsentscheidungen der US Zentralbank, unternehmens- und Corporate Bond-spezifische Faktoren, wie z.B. Liquidität der CDS und Corporate Bonds, einen signifikanten Einfluss auf die Basis haben.

Im Unterschied zur Untersuchung von Levin, Perli und Zakrajsek (2005) wird in dieser Arbeit ein dynamisches Kreditmodell eingesetzt, das nicht nur die Querschnittsdimension der CDS-Kurve sondern auch gleichzeitig ihre zeitliche Entwicklung modelliert. Bei der Berechnung des Bewertungsunterschiedes werden dabei strukturelle Unterschiede zwischen CDS und Corporate Bonds, wie die Stückprämien im CDS-Kontrakt oder die Abweichung des Corporate Bond-Preises vom Par-Wert, was den Credit Spread beeinflusst, durch die Anwendung des besagten Kreditmodells explizit berücksichtigt und somit eine Verzerrung der berechneten Abweichung diesbezüglich verhindert. Schließlich wird anstatt der Swap-Kurve, wie bereits erwähnt, die Verzinsung deutscher Staatsanleihen als die risikofreie Benchmark verwendet.

Die Untersuchung von Longstaff, Mithal und Neis (2005) umfasst USD-denominierte Corporate Bonds und fünfjährige CDS Spreads von 68 Unternehmen für den Zeitraum von 03.2001 bis 10.2002. Die Autoren kalibrieren ein Kreditmodell mit deterministischer Short-rate, stochastischer Ausfallintensität und stochastischem instantanem Liquiditätsspread gleichzeitig an die Zeitreihen der fünfjährigen CDS Spreads und der verfügbaren Corporate Bonds des jeweiligen Unternehmens, so dass der Prozess der Ausfallintensität die Dynamik der CDS und der Prozess des Liquiditätsspreads die Dynamik der Corporate Bonds möglichst perfekt erfassen. Mit den geschätzten Modellparametern sind sie in der Lage, den Credit Spread eines jeden Corporate Bonds in ihrem Datensatz in eine Kreditkomponente und eine Restkomponente zu zerlegen, wobei die erste Komponente von der kalibrierten Ausfallintensität und die zweite Komponente von dem kalibrierten instantanen Liquiditätsspread abhängt. Diese Restkomponente im Credit Spread ist somit das Corporate Bond-spezifische Maß für den Bewertungsunterschied. Für die fünfjährige Restlaufzeit beträgt die durchschnittliche Restkomponente über alle Unternehmen 65,0 bps, wenn die Treasury-Kurve als die risikofreie Benchmark verwendet wird.⁷

⁶Vgl. Levin, Perli und Zakrajsek (2005) S. 9 Tabelle 2.

⁷Vgl. Longstaff, Mithal und Neis (2005) S. 2238.

Die lineare Querschnittsregression der durchschnittlichen bondspezifischen Restkomponente auf Corporate Bond-spezifische Liquiditätsvariablen ergibt einen statistisch signifikanten Einfluss des Kupons, des Bid/Ask-Spreads, des Nominalvolumens und der Restlaufzeit des Bonds.⁸ Das Alter des Bonds hingegen ist statistisch nicht signifikant. Die lineare Zeitreihenregression der durchschnittlichen (über alle 68 Unternehmen) wöchentlichen Änderung der fünfjährigen Restkomponente auf Liquiditätsvariablen für den Gesamtmarkt zeigt einen signifikanten Einfluss des Mittelzuflusses in Geldmarktfonds und der Differenz zwischen der Yield-to-Maturity von On-the-Run und Off-the-Run Treasury Bonds für die fünfjährige Laufzeit.⁹ Das Emissionsvolumen am Corporate Bond-Markt hingegen ist nicht statistisch signifikant.

In der vorliegenden Untersuchung wird im Gegensatz zu der Arbeit von Longstaff, Mithal und Neis (2005) die Erfassung des reinen Kreditrisikos nicht allein am fünfjährigen CDS Spread festgemacht. Vielmehr wird diese aus der zeitlichen Entwicklung der gesamten zehnjährigen CDS-Kurve mittels eines Kreditmodells abgeleitet. Dabei wird für dieses Kreditmodell auch eine realitätsnähere Spezifikation gewählt, indem mögliche Korrelationen zwischen den Prozessen der Shortrate und der Ausfallintensität berücksichtigt werden. Schließlich wird zusätzlich zum Einfluss von Corporate Bond-spezifischen Liquiditätsvariablen auch der Einfluss einer Reihe weiterer möglicher Variablen, wie z.B. der CTD-Option, unternehmensspezifischer Risiken durch den Aktienmarkt oder Angebotschocks im CDS-Markt durch die Emission synthetischer Collateralized Debt Obligations (CDO), untersucht.

3.2 Empirische Studien zu Risikoprämien an Kreditmärkten

Das Ziel dieses Abschnittes ist es, einen Überblick über die bislang durchgeführten empirischen Studien zu liefern, die Risikoprämien an Kreditmärkten untersuchen. Eine der ersten wesentlichen Untersuchungen stammt von Elton, Gruber, Agrawal und Mann (2001), die Credit Spreads von USD-denominierten Corporate Bonds untersuchen. Sie stellen fest, dass nach der Abspaltung einer Komponenten für erwartete Verluste und einer Komponenten für Steuern eine Restkomponente in den Credit Spreads übrig bleibt. Die Autoren

⁸Vgl. Longstaff, Mithal und Neis (2005) S. 2242 Tabelle V.

⁹Vgl. Longstaff, Mithal und Neis (2005) S. 2245 Tabelle VI.

interpretieren diese Restkomponente als eine Risikoprämie und gelangen zu der Erkenntnis, dass sie statistisch signifikant von Aktienmarktfaktoren beeinflusst wird. Sie zerlegen diese Risikoprämie jedoch nicht weiter in Komponenten für die Vergütung des Ausfallrisikos und des Marktrisikos.

Vor dem Hintergrund dieser Zerlegung lassen sich die empirischen Untersuchungen zu Risikoprämien an Kreditmärkten in zwei Untersuchungsstränge einteilen. Der Schwerpunkt des ersten Stranges liegt dabei auf der Untersuchung von Ausfallrisikoprämien und der des zweiten Stranges auf der Untersuchung von Marktrisikoprämien. Die meisten empirischen Studien, die sich der Untersuchung von Ausfallrisikoprämien widmen, untersuchen dabei nicht die Spreadkomponente für die Vergütung des Ausfallrisikos selbst, sondern betrachten den Quotienten μ der risikoneutralen und der realen Ausfallintensität eines Unternehmens als die Ausfallrisikoprämie.

Driessen (2005) untersucht Ausfallrisikoprämien in USD-denominierten Corporate Bonds von 104 US-Emittenten im Zeitraum von 02.1991 bis 02.2000. Er zerlegt die erwarteten Renditen von Corporate Bonds in Prämien für das Zinsrisiko und das Ausfallrisiko sowie Steuer- und Liquiditätskomponenten mithilfe eines Kreditmodells. Unter der Annahme einer zeitlich konstanten Ausfallrisikoprämie ergibt sein Benchmarkmodell insgesamt ein $\mu = 2,31$, wenn er die Ausfallraten der Ratingagentur Standard & Poor's benutzt und ein $\mu = 2,15$, wenn er die Ausfallraten der Ratingagentur Moody's benutzt, um die realen Intensitäten zu schätzen.¹⁰ Diese Schätzungen deuten darauf hin, dass Investoren eine Prämie für die Übernahme von Ausfallrisiken verlangen. Das Kreditmodell von Driessen (2005) beinhaltet auch Marktrisikoprämien aufgrund möglicher Schwankungen der verschiedenen Faktoren in der risikoneutralen Intensität. Im Gegensatz zu der vorliegenden Arbeit versucht er jedoch nicht diese zu erklären.

Berndt, Douglas, Duffie, Ferguson und Schranz (2005) schätzen die Ausfallrisikoprämien für 62 US-Unternehmen aus drei Branchen für den Zeitraum von 06.2000 bis 12.2004. Die Zeitreihe der risikoneutralen Intensität für jedes Unternehmen extrahieren sie aus seinen ein- und fünfjährigen Credit Default Swaps. Die Zeitreihe der realen Intensität für jedes Unternehmen schätzen sie aus den von Moody's KMV berechneten einjährigen Expected Default Frequencies (EDFs). Die resultierenden unternehmensspezifischen Ausfallrisikoprämien μ unterliegen starken zeitlichen Schwankungen mit einem durchschnittlichen

¹⁰Vgl. Driessen (2005) S. 186 Tabelle 6.

Wert von $\bar{\mu} = 2,76$ über alle Unternehmen.¹¹

Anderson (2008) untersucht Ausfallrisikoprämien anhand 24 US-Unternehmen aus zwei Branchen zwischen dem ersten Quartal 2003 und dem vierten Quartal 2006. Die Zeitreihe der risikoneutralen Intensität schätzt er dabei aus ein-, drei- und fünfjährigen CDS Spreads. Die Zeitreihe der realen Intensität schätzt er mithilfe von Bilanzkennzahlen und dem Aktienpreis gemäß dem Vorgehen von Zhou (2007). Er stellt fest, dass die Ausfallrisikoprämie (bei ihm definiert als $\log(\mu)$) nach der Bereinigung um makroökonomische und aktienmarktspezifische Einflüsse signifikant von Faktoren abhängt, die den Zustand des Kreditmarktes beschreiben. Hierzu zählen bspw. Variablen für ausgefallene gewerbliche Kredite bei Großbanken und/oder bei kleineren Banken.

Die vorliegende Arbeit zählt zu dem zweiten Untersuchungsstrang, der sich mit Marktrisikoprämien an Kreditmärkten beschäftigt. Dieser Strang umfasst bislang im Wesentlichen drei Studien, eine zur Untersuchung von Swap-Märkten und zwei zur Untersuchung von Sovereign Credit Default Swaps.

Liu, Longstaff und Mandell (2006) untersuchen Risikoprämien in USD-Swaprates im Zeitraum von 01.1988 bis 02.2002. Die Autoren kalibrieren ein Kreditmodell an die Zeitreihe der zehnjährigen Swaprate-Kurve. Anschließend berechnen sie mithilfe der geschätzten Modellparameter instantane erwartete Renditen für künstliche Zerobonds, die das Kreditrisiko am Swap-Markt widerspiegeln. Die durchschnittliche Komponente für die Marktrisikoprämie in diesen erwarteten Renditen beträgt -2 bps für die einjährige Restlaufzeit und -3 bps für die restlichen Restlaufzeiten von zwei bis zehn Jahren.¹² Im Gegensatz zu der Studie von Liu, Longstaff und Mandell (2006) untersucht die vorliegende Arbeit Marktrisikoprämien nicht am Swap-Markt, sondern in Corporate Credit Default Swaps. Des Weiteren werden in dieser Arbeit die Marktrisikoprämien mehrerer anstatt nur eines einzigen Emittenten untersucht, wobei diese dann anschließend auch erklärt werden.

Im Gegensatz zur Studie von Liu, Longstaff und Mandell (2006), die sich auf den Swap-Markt konzentriert, beschäftigen sich die beiden anderen Studien von Pan und Singleton (2008) und Zhang (2008) mit Marktrisikoprämien in Sovereign CDS. Pan und Singleton

¹¹Vgl. Berndt, Douglas, Duffie, Ferguson und Schranz (2005) S. 29 Tabelle 4.

¹²Vgl. Liu, Longstaff und Mandell (2006) S. 2354 Tabelle 4, wobei zu beachten ist, dass die Marktrisikoprämie der unteren Schranke für die zusammengesetzte Komponente aus Ausfall- und Marktrisikoprämie entspricht. Dabei ergibt sich diese untere Schranke durch die Gleichsetzung der realen und der risikoneutralen Intensitäten, was eine Ausfallrisikoprämie von Null impliziert.

(2008) kalibrieren ein Kreditmodell an die Zeitreihe der zehnjährigen CDS-Kurve von Mexiko, Südkorea und der Türkei für die Zeitperiode von 03.2001 bis 08.2006. Anschließend berechnen sie mithilfe ihrer Modellparameter einen CDS-Modellpreis, der keine Komponente für die Marktrisikoprämie enthält, wobei hier statt der risikoneutralen Verteilung die reale Verteilung der risikoneutralen Intensität zur Anwendung kommt.¹³ Die Differenz zwischen dem Marktpreis und diesem Modellpreis ergibt folglich die Komponente für die Marktrisikoprämie im CDS Spread. Sie untersuchen den prozentualen Anteil dieser Komponente am CDS Spread¹⁴ und entdecken drei signifikante Einflussgrößen¹⁵: (i) der Appetit der Marktteilnehmer auf *Event Risk*¹⁶, erfasst durch den CBOE¹⁷ VIX Volatilitätsindex, (ii) die Nachfrage nach Carry-Trade-Positionen (kurzfristige Verschuldung in USD und gleichzeitiger Aufbau von Positionen in langlaufenden Emerging Market Staatsanleihen), erfasst durch die Differenz zwischen den Yields zehnjähriger BB-gerateter Industrieobligationen und sechsmonatiger T-Bills, und (iii) ausländische Kapitalströme, erfasst durch die implizite Volatilität des Wechselkurses der Landeswährung zum USD.

Zhang (2008) kalibriert ähnlich wie Pan und Singleton (2008) ein Kreditmodell an die Zeitreihe der zehnjährigen CDS-Kurve von Argentinien für den Zeitraum von 01.1999 bis 03.2001. Im Gegensatz zum Vorgehen von Pan und Singleton (2008) berechnet er jedoch nicht die CDS-Komponente für die Marktrisikoprämie direkt, sondern definiert die Marktrisikoprämie als die Differenz zwischen der einjährigen kumulativen risikoneutralen und der einjährigen kumulativen pseudo-realen Ausfallwahrscheinlichkeiten. Er entdeckt, dass Variablen, die den US-Wirtschaftszyklus (Differenz zwischen sechsmonatigen und zehnjährigen US-Treasury-Yields) und die Konditionen am US-Kreditmarkt (Credit Spread zwischen den AAA- und BBB-Corporate Bond Indizes von Merrill Lynch) erfassen, einen signifikanten Einfluss auf die Marktrisikoprämie von Argentinien haben.

Im Gegensatz zu den Studien von Pan und Singleton (2008) und Zhang (2008) untersucht die vorliegende Arbeit keine Marktrisikoprämien in Sovereign CDS sondern in Corporate CDS. Des Weiteren ist auch die Anzahl der Emittenten, die in die Untersuchung einfließen deutlich höher als die drei Emittenten in Pan und Singleton (2008). Im Gegensatz zu Pan und Singleton (2008) und ähnlich zum Vorgehen von Zhang (2008) wird die

¹³Vgl. Pan und Singleton (2008) S. 2369 Gleichung (10).

¹⁴Vgl. Pan und Singleton (2008) S. 2369 die Definition gemäß Gleichung (11).

¹⁵Vgl. die linearen Regressionsmodelle in Pan und Singleton (2008) S. 2376 Tabelle 8.

¹⁶Unter „Event Risk“ wird das Risiko eines unerwarteten bedeutenden Ereignisses verstanden, welches zu heftigen Marktpreisschwankungen führen kann.

¹⁷CBOE ist die Abkürzung für Chicago Board Options Exchange.

Marktrisikoprämie für jedes Unternehmen als die Differenz der einjährigen kumulativen risikoneutralen und pseudo-realen Ausfallwahrscheinlichkeiten definiert. Des Weiteren anstatt die Annahme einer deterministischen Shortrate wie in Pan und Singleton (2008) zu treffen, wird wie in Zhang (2008) ein realitätsnäheres Kreditmodell angewandt, das eine stochastische Shortrate annimmt und mögliche Korrelationen mit dem Intensitätsprozess berücksichtigt. Im Gegensatz zu Zhang (2008), der zur Vereinfachung eine kontinuierliche CDS-Prämienzahlung annimmt, folgt diese Untersuchung dem Vorgehen von Pan und Singleton (2008) und berücksichtigt im angewandten Kreditmodell CDS-Kontraktsspezifika wie vierteljährliche Prämienzahlungen und die Zahlung von Stückprämien im Falle eines Credit Events zwischen zwei Prämienzahlungszeitpunkten. Schließlich wird in der vorliegenden Arbeit eine Paneldatenanalyse angewandt, und der Einfluss einer viel höheren Anzahl möglicher Erklärungsvariablen sowohl in der Zeit- als auch in der Querschnittsdimension untersucht.

Kapitel 4

Kreditmodell

Ziel dieses Kapitels ist, das zur Bewertung der beiden in dieser Arbeit betrachteten Kreditinstrumente eingesetzte Kreditmodell vorzustellen. Zunächst stehen zwei konkurrierende Familien von Kreditmodellen zur Auswahl. Auf der einen Seite, die Familie der strukturellen Kreditmodelle, im Sinne von Merton (1974), Black und Cox (1976), Longstaff und Schwartz (1995) und andere, die den Kreditausfall als eine Unterschreitung einer festgelegten (möglicherweise stochastischen) Schwelle durch den Unternehmenswert definieren.¹ Auf der anderen Seite, die Familie der reduzierten Kreditmodelle, im Sinne von Duffie (1998), Lando (1998), Duffie und Singleton (1999) und andere, die den Kreditausfall - von unternehmensspezifischen Größen völlig losgelöst - als ein unvorhersehbares Ereignis mit einer exogen vorgegebenen Eintrittswahrscheinlichkeit modellieren.²

Während die strukturellen Kreditmodelle den Vorteil einer ökonomischen Fundierung genießen, deuten empirische Studien von unter anderem Anderson und Sundaresan (2000), Eom, Helwege und Huang (2004) und Ericsson und Reneby (2005) darauf hin, dass sie Marktpreise nicht hinreichend präzise erfassen können, um die beiden zentralen Fragestellungen der vorliegenden Arbeit sinnvoll untersuchen zu können. Reduzierte Kreditmodelle hingegen werden direkt an Marktpreise kalibriert und sind somit in der Lage die benötigte Präzision zu liefern. Dadurch sind sie auch für die Quantifizierung des Bewertungsunterschiedes quasi prädestiniert, da sie eine Kalibrierung an den Credit Default Swap-Markt

¹Eine detaillierte Abhandlung dieser sogenannten „structural credit models“ liefern Bielecki und Rutkowski (2004) S. 51-120.

²Eine Übersicht über die zahlreichen Spezifikationsmöglichkeiten dieser sogenannten „reduced-form credit models“ liefern Bielecki und Rutkowski (2004) S. 221-264.

und eine anschließende Berechnung von impliziten Modellpreisen für die zu untersuchenden Corporate Bonds ermöglichen. Des Weiteren erlaubt diese höhere Präzision bezüglich der Modellanpassung auch eine aussagekräftige Untersuchung von Marktrisikoprämien in CDS Spreads.

Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit ein reduziertes Kreditmodell herangezogen. Insgesamt stehen dabei drei verschiedene Spezifikationen zur Auswahl, die sich lediglich durch die Anzahl der verwendeten Faktoren zur Modellierung des Shortrateprozesses voneinander unterscheiden. Im Folgenden wird ausschließlich das Modell mit drei besagten Faktoren entwickelt, da sich die beiden anderen Spezifikationen, die nur einen bzw. zwei Faktoren verwenden, einfach als Sonderfälle daraus ergeben. Die Frage welches der drei Modelle schließlich zur Untersuchung der beiden Fragestellungen in dieser Arbeit herangezogen wird, wird erst in Kapitel 5 nach der Beurteilung der Kalibrierungsergebnisse beantwortet.

Abschnitt 4.1 führt zunächst die Notation ein und entwickelt die allgemeine Bewertung von Credit Default Swaps. Anschließend leitet **Abschnitt 4.2** analog dazu die Bewertung von Corporate Bonds her. Der darauffolgende **Abschnitt 4.3** stellt die Parametrisierung des Kreditmodells für den oben angesprochenen allgemeinen Fall mit drei Faktoren für die Shortratemodellierung vor. Schließlich stellt **Abschnitt 4.4** die praktische Handhabbarkeit der drei Kreditmodelle sicher.

4.1 Bewertung von Credit Default Swaps

Für die stochastische Modellierung des Marktes wird zunächst ein Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{Q})$ vorgegeben, auf dem eine Filtration $\mathcal{F} := \{\mathcal{F}_t | t \geq 0\}$ definiert ist, die den Informationsfluss im Markt erfasst, d.h. die σ -Algebra $\mathcal{F}_t$ enthält sämtliche dem Markt zum Zeitpunkt t zur Verfügung stehenden Informationen.³ Die Filtration $\mathcal{F}$ soll dabei die sogenannten „üblichen Voraussetzungen“ erfüllen, d.h. Vollständigkeit und Rechtsstetigkeit. Das Wahrscheinlichkeitsmaß $\mathbb{Q}$ ist ein zum realen Wahrscheinlichkeitsmaß, das mit $\mathbb{P}$

³Für die in diesem Kapitel verwendeten Konzepte der stochastischen Analysis sei an dieser Stelle auf die Standardliteratur verwiesen. Vgl. hierzu u.a. Chung und Williams (1990), Durrett (1996), Hackenbroch und Thalmaier (1994), Ikeda und Watanabe (1981), Karatzas und Shreve (1988), Meyer (2001), Protter (2005), Revuz und Yor (1999), Rogers und Williams (2000a) und Rogers und Williams (2000b). Für die in diesen Quellen benötigten Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie vgl. u.a. Bauer (2001), Billingsley (1995), Feller (1968), Feller (1971), Klenke (2008) und Shiryaev (1996).

bezeichnet wird, äquivalentes Martingalmaß, in dem Sinne, dass alle diskontierten Wertpapiere $\mathbb{Q}$ -Martingale sind. Die Diskontierung erfolgt dabei bezüglich eines Geldmarktkontos, das mit einem risikofreien Shortrate-Prozess $r(t)$ verzinst wird. Der Ausfallzeitpunkt eines Unternehmens wird als die erste Ankunftszeit ξ eines Cox-Prozesses⁴ definiert. Die Indikatorfunktion für den Ausfall wird mit $\mathbf{1}_{\{\xi \leq t\}}$ und der entsprechende stochastische Prozess der risikoneutralen Ausfallintensität wird mit $h(t)$ bezeichnet.

Der Wert zum Zeitpunkt t einer zum Zeitpunkt $s > t$ vereinbarten Zahlung einer Geldeinheit mit einer Wiedergewinnungsrate von Null bei Ausfall ist

$$\mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^s r(u) du \right) \mathbf{1}_{\{\xi > s\}} \right] = \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^s [r(u) + h(u)] du \right) \right], \quad (4.1)$$

wobei $\mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}}[\cdot] := \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[\cdot | \mathcal{F}_t]$ gilt. Der Wert zum Zeitpunkt $t < \min(s, \xi)$ der Zahlung einer Wiedergewinnungsrate $\omega(\xi)$ im Zuge eines Ausfalls im Zeitintervall $[t, s]$ ist

$$\mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^{\xi} r(u) du \right) \mathbf{1}_{\{\xi \leq s\}} \omega(\xi) \right] = REC(t) \int_t^s \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[h(u) \exp \left(- \int_t^u [r(z) + h(z)] dz \right) \right] du, \quad (4.2)$$

wobei $REC(t)$ den risikoneutralen Erwartungswert von $\omega(\xi)$ zum Zeitpunkt t bezeichnet, und $\omega(\xi)$ als stochastisch unabhängig von den Prozessen $r(t)$ und $h(t)$ angenommen wird.⁵ Diese beiden „Grundbausteine“ auf der rechten Seite von (4.1) und (4.2) können dazu verwendet werden, um die beiden Seiten eines Credit Default Swap-Kontraktes darzustellen.

Die Prämien-Seite des Kontraktes, der sogenannte *Premium Leg* zum Zeitpunkt t für eine ganzzahlige Kontraktlaufzeit τ ergibt sich demnach als

$$\begin{aligned} PL(t, \tau) &= \delta CDS(t, \tau) \sum_{n=1}^{4\tau} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^{T_n} [r(u) + h(u)] du \right) \right] \\ &+ \delta CDS(t, \tau) \sum_{n=1}^{4\tau} \int_{T_{n-1}}^{T_n} \frac{u - T_{n-1}}{T_n - T_{n-1}} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[h(u) \exp \left(- \int_t^u [r(z) + h(z)] dz \right) \right] du. \end{aligned} \quad (4.3)$$

$CDS(t, \tau)$ bezeichnet dabei die feste annualisierte τ -jährige CDS-Prämie zum Zeitpunkt t , und die Konstante $\delta := \frac{1}{4} \frac{365}{360}$ ist die Day-Count-Fraction für die vierteljährlichen Prämienzahlungen, die die im CDS-Markt verwendete *ACT/360*-Day-Count-Convention approximiert. Der erste Term im Premium Leg ist der Barwert der vierteljährlich zu zahlenden

⁴Ein Cox-Prozess ist vereinfacht ausgedrückt ein Poisson-Prozess mit stochastischer Intensität. Vgl. hierzu Bielecki und Rutkowski (2004) S. 195.

⁵Eine Herleitung der beiden Identitäten (4.1) und (4.2) liefert Duffie (2001) S. 278-280.

Prämien, wobei die erste Zahlung in T_1 erfolgt. Der zweite Term ist der Barwert der aufgelaufenen Stückprämien, die vom Protection Buyer ebenfalls zu entrichten sind, falls ein Credit Event zwischen zwei Zahlungszeitpunkten T_{n-1} und T_n eintritt.

Die andere Seite des CDS-Kontraktes, der Barwert der Ausgleichszahlung bei Ausfall, der sogenannte *Default Leg* ergibt sich als

$$DL(t, \tau) = [1 - REC(t)] \int_t^{t+\tau} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[h(u) \exp \left(- \int_t^u [r(z) + h(z)] dz \right) \right] du. \quad (4.4)$$

Um sicherzustellen, dass zum Abschlusszeitpunkt t der Barwert des CDS-Kontraktes sowohl für den Protection Buyer als auch für den Protection Seller Null beträgt, müssen beide Seiten des Kontraktes denselben Wert aufweisen. Um die „faire“ CDS-Prämie zum Zeitpunkt t für die Laufzeit τ gemäß dieser „Par-Spread“-Quotierung⁶ zu berechnen, werden beide Seiten (4.3) und (4.4) gleichgesetzt und nach der Prämie $CDS(t, \tau)$ aufgelöst. Folglich kann die CDS-Prämie dargestellt werden als

$$CDS(t, \tau) = \frac{[1 - REC(t)] \int_t^{t+\tau} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[h(u) \exp \left(- \int_t^u [r(z) + h(z)] dz \right) \right] du}{\delta \sum_{n=1}^{4\tau} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^{T_n} [r(u) + h(u)] du \right) \right] + \delta \sum_{n=1}^{4\tau} \int_{T_{n-1}}^{T_n} \frac{u - T_{n-1}}{T_n - T_{n-1}} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[h(u) \exp \left(- \int_t^u [r(z) + h(z)] dz \right) \right] du}. \quad (4.5)$$

4.2 Bewertung von Corporate Bonds

Die Herleitung der Bewertungsformel für Credit Default Swaps in Abschnitt 4.1 erfolgte unter der Annahme einer ganzzahligen Kontraktlaufzeit. Da diese Annahme für die Restlaufzeit τ von Corporate Bonds nicht haltbar ist, werden im Folgenden auch nicht-ganzzahlige Restlaufzeiten berücksichtigt. In dem im Abschnitt 4.1 entwickelten Bewertungsrahmen, d.h. mithilfe der beiden „Grundbausteine“ auf der rechten Seite der Gleichungen (4.1) und (4.2), ergibt sich der Wert eines Corporate Bonds zum Zeitpunkt t mit der Restlaufzeit τ und Kuponrate C als

$$\begin{aligned} CB(t, \tau) &= C \sum_{n=1}^{N(\tau)} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^{T_n} [r(u) + h(u)] du \right) \right] \\ &\quad + \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^{t+\tau} [r(u) + h(u)] du \right) \right] \\ &\quad + REC(t) \int_t^{t+\tau} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[h(u) \exp \left(- \int_t^u [r(z) + h(z)] dz \right) \right] du. \end{aligned} \quad (4.6)$$

⁶Man beachte, dass es sich hierbei um die „Par Spread“-Quotierung handelt und nicht um die im Abschnitt 2.1 angesprochene, in 2009 eingeführte „Upfront“-Quotierung.

Die Anzahl der Kuponzahlungen wird dabei durch $N(\tau) := \lfloor \tau \rfloor + \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+ \setminus \mathbb{N}}(\tau)$ definiert, wobei $\lfloor \tau \rfloor$ die größte natürliche Zahl, die kleiner als oder gleich τ ist, bezeichnet. Die einzelnen Kuponzahlungen erfolgen dabei zu den Zeitpunkten $\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \mathcal{T}_3, \dots, \mathcal{T}_{N(\tau)} \equiv t + \tau$. Der erste Term der Bewertungsformel (4.6) ist der Barwert der Kuponzahlungen, während der zweite Term der Barwert des Nominalwertes ist, der am Ende der Laufzeit zurückgezahlt wird. Der letzte Term ist schließlich der Barwert der Wiedergewinnungsrate bei Ausfall des Emittenten.

4.3 Parametrisierung des Kreditmodells

Um die Untersuchung der Bewertungsunterschiede zwischen den beiden Kreditmärkten auf ein verglichen zu früheren Studien realitätsnäheres Kreditmodell aufzubauen, das eine Korrelation zwischen dem Shortrate- und dem Intensitätsprozess erlaubt, erfolgt die Parametrisierung des Modells entlang der Grundidee von Duffee (1999). Wie bereits in der Einleitung zu diesem Kapitel verdeutlicht, stehen dabei drei verschiedene konkurrierende Kreditmodelle zur Auswahl, die sich nur durch die Spezifikation des Shortrateprozesses voneinander unterscheiden, nämlich darin, ob eine Ein-, Zwei- oder Dreifaktorversion des Zinsmodells von Cox, Ingersoll und Ross (1985) (CIR) verwendet wird. Die entsprechenden Kreditmodelle werden im Folgenden als Ein-, Zwei- bzw. Dreifaktormodell bezeichnet. Entwickelt wird nur das Dreifaktormodell, da sich die beiden anderen Modelle daraus einfach als Sonderfälle ableiten lassen.

Die Shortrate $r(t)$ wird also im Dreifaktormodell als die Summe drei latenter Zustandsvariablen spezifiziert, die zusammen den Zustand der betrachteten Ökonomie modellieren

$$r(t) = X_1(t) + X_2(t) + X_3(t), \quad (4.7)$$

wobei deren Stochastik jeweils durch einen Quadratwurzelprozess determiniert wird, d.h.

$$dX_i(t) = \kappa_i(\theta_i - X_i(t))dt + \sigma_i \sqrt{X_i(t)} dW_i^{\mathbb{P}}(t), \quad \text{für } i = 1, 2, 3. \quad (4.8)$$

Das Kreditrisiko eines Unternehmens wird mittels einer unternehmensspezifischen Variablen $Z(t)$ modelliert, die ebenfalls einem Quadratwurzelprozess folgt, d.h.

$$dZ(t) = \kappa_z(\theta_z - Z(t))dt + \sigma_z \sqrt{Z(t)} dW_z^{\mathbb{P}}(t). \quad (4.9)$$

$W_1^{\mathbb{P}}(t)$, $W_2^{\mathbb{P}}(t)$, $W_3^{\mathbb{P}}(t)$ und $W_z^{\mathbb{P}}(t)$ sind dabei unabhängige Standard-Brownsche Bewegungen unter dem realen Wahrscheinlichkeitsmaß $\mathbb{P}$.

Um die Unterschiede zwischen den drei alternativen Kreditmodellen an dieser Stelle noch einmal zu verdeutlichen, wird im Einfaktormodell die Shortrate als $r(t) = X_1(t)$ und im Zweifaktormodell als $r(t) = X_1(t) + X_2(t)$ spezifiziert, d.h. aus allen folgenden Bewertungsformeln des Dreifaktormodells ergeben sich diese beiden einfacheren Kreditmodelle, indem die Laufvariable i im ersten Fall nur bis eins und im zweiten Fall nur bis zwei läuft.

Die Parameter einer stochastischen Differentialgleichung

$$dX(t) = \kappa(\theta - X(t))dt + \sigma\sqrt{X(t)}dW(t) \quad (4.10)$$

der Gestalt wie diejenigen in (4.8) und (4.9) können folgendermaßen interpretiert werden. Der Parameter θ des Driftkoeffizienten $\kappa(\theta - X(t))$ spielt die Rolle des langfristigen Erwartungswertes, gegen den der Prozess konvergiert, wobei die Geschwindigkeit dieser Konvergenz von einem positiven Parameter κ determiniert wird. Es ist ersichtlich, dass der Prozess für den Fall $X(t) < \theta$ einen positiven Drift und für den Fall $X(t) > \theta$ einen negativen Drift aufweist.⁷ Der Diffusionskoeffizient $\sigma\sqrt{X(t)}$, dessen Funktionalform der Quadratwurzelprozess seinen Namen verdankt, ist neben dem Varianzparameter σ auch vom jeweiligen Wert des Prozesses $X(t)$ abhängig, wobei die Wurzelfunktion dafür sorgt, dass der Prozess im Gegensatz zum Zinsmodell von Vasicek (1977) nicht negativ werden kann. Tatsächlich kann durch die Vorgabe der Bedingung $2\kappa\theta \geq \sigma^2$ sogar sichergestellt werden, dass der Prozess streng positiv bleibt. Bildlich gesprochen ist dann die Kraft des Driftkoeffizienten hoch genug, um den Prozess vom Erreichen des Ursprungs abzuhalten.⁸

Um die Stochastik der Zustandsvariablen unter dem äquivalenten Martingalmaß $\mathbb{Q}$ zu erhalten, wird der Marktpreis des Risikos als

$$\Gamma_i(t) = \frac{\lambda_i\sqrt{X_i(t)}}{\sigma_i} \quad \text{für } i = 1, 2, 3 \quad \text{und} \quad \Gamma_z(t) = \frac{\lambda_z\sqrt{Z(t)}}{\sigma_z} \quad (4.11)$$

spezifiziert. Die Anwendung des Satzes von Girsanov ergibt

$$dX_i(t) = \left[\kappa_i\theta_i - (\kappa_i + \lambda_i)X_i(t) \right] dt + \sigma_i\sqrt{X_i(t)}dW_i^{\mathbb{Q}}(t) \quad \text{für } i = 1, 2, 3, \quad (4.12)$$

$$dZ(t) = \left[\kappa_z\theta_z - (\kappa_z + \lambda_z)Z(t) \right] dt + \sigma_z\sqrt{Z(t)}dW_z^{\mathbb{Q}}(t), \quad (4.13)$$

wobei $W_1^{\mathbb{Q}}(t)$, $W_2^{\mathbb{Q}}(t)$, $W_3^{\mathbb{Q}}(t)$ und $W_z^{\mathbb{Q}}(t)$ unabhängige Standard-Brownsche Bewegungen unter dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß $\mathbb{Q}$ sind.

⁷Diese sogenannte „Mean-reversion“-Eigenschaft ist bereits im Zinsmodell von Vasicek (1977) verankert, dem die stochastische Differentialgleichung $dX(t) = \kappa(\theta - X(t))dt + \sigma dW(t)$ zugrundeliegt.

⁸Vgl. Cox, Ingersoll und Ross (1985) S. 391.

Gemäß der Grundidee von Duffee (1999) wird der risikoneutrale Intensitätsprozess $h(t)$ als eine affin-lineare Funktion der vier Variablen spezifiziert

$$h(t) = \Lambda_0 + \Lambda_1[X_1(t) - \bar{X}_1] + \Lambda_2[X_2(t) - \bar{X}_2] + \Lambda_3[X_3(t) - \bar{X}_3] + Z(t). \quad (4.14)$$

Der Parameter Λ_0 lässt dabei die Möglichkeit zu, dass selbst Firmen mit beliebig hoher Kreditwürdigkeit für beliebig kurze Laufzeiten eine positive Ausfallwahrscheinlichkeit und damit einen positiven Credit Spread relativ zum risikofreien restlaufzeitäquivalenten Zinssatz aufweisen. Die Parameter Λ_1 , Λ_2 und Λ_3 determinieren die Korrelation zwischen dem Shortrate- und dem Intensitätsprozess. $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$ und $\bar{X}_3$ bezeichnen jeweils die Mittelwerte der tatsächlichen Realisationen der Zeitreihen von $X_1(t)$, $X_2(t)$ und $X_3(t)$ während der Beobachtungsperiode und nicht die langfristigen Erwartungswerte θ_1 , θ_2 und θ_3 . Dies hat zur Folge, dass der Mittelwert der risikoneutralen Ausfallintensität einer Firma $\bar{h} = \Lambda_0 + \bar{Z}$, wobei $\bar{Z}$ den Mittelwert von $Z(t)$ bezeichnet, unabhängig sowohl vom Mittelwert der drei Zustandsvariablen $(\bar{X}_i)_{i=1,2,3}$ als auch von den Korrelationsparametern $(\Lambda_i)_{i=1,2,3}$ ist, da bei der Mittelwertbildung die eckigen Klammern verschwinden.

Schließlich ist noch zu beachten, dass obwohl die vier stochastischen Prozesse $(X_i(t))_{i=1,2,3}$ und $Z(t)$ nicht negativ werden können, die risikoneutrale Ausfallintensität $h(t)$ unter der Spezifikation (4.14) sehr wohl negativ werden kann, bspw. durch einen hinreichend negativen Wert für den Parameter Λ_0 oder für den Term $\Lambda_i[X_i(t) - \bar{X}_i]$ für $i = 1, 2, 3$. Dieser Umstand wird in den praktischen Anwendungen weitestgehend ignoriert solange das Modell die Marktdaten adäquat erfasst.⁹

4.4 Praktikabilität des Kreditmodells

Um die praktische Handhabbarkeit des in Abschnitt 4.1 hergeleiteten Kreditmodells sicherzustellen, bedarf es geschlossener Lösungen für die bedingten Erwartungswerte auf der rechten Seite der Gleichungen (4.1) und (4.2). Um dies zu erreichen, wird die Grundidee von Duffie, Pan und Singleton (2000) und die Implementierung durch Zhang (2008) herangezogen, und die folgende bedingte diskontierte charakteristische Funktion von $h(t + \tau)$ ¹⁰

$$\Phi(t, t + \tau; \phi) := \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^{t+\tau} [r(u) + h(u)] du + \mathbf{i} \phi h(t + \tau) \right) \right], \quad (4.15)$$

⁹Vgl. hierzu Duffee (1999) S. 202.

¹⁰Vgl. Zhang (2008) S. 41 Gleichung (11), wobei in dieser Arbeit das verwendete Kreditmodell ohne Kontrahentenrisiko spezifiziert wird.

definiert mit der Randwertbedingung $\Phi(t + \tau, t + \tau; \phi) = \exp(\mathbf{i}\phi h(t + \tau))$, wobei $\mathbf{i} := \sqrt{-1}$ die imaginäre Zahl bezeichnet. Für $\phi = 0$ lässt sich die charakteristische Funktion (4.15) offensichtlich als ausfallrisikoadjustierter Barwertfaktor zum Zeitpunkt t für die Laufzeit τ interpretieren oder äquivalent hierzu als der Wert eines ausfallrisikogefährdeten Zerobonds mit dem Nominalwert von einer Geldeinheit und der Wiedergewinnungsrate von Null. Die charakteristische Funktion in (4.15) hat den Vorteil, dass sie eine geschlossene Lösung der folgenden exponentiell-affinen Gestalt

$$\Phi(t, t + \tau; \phi) = \exp \left(\mathcal{A}(\tau; \phi) - \sum_{i=1}^3 \mathcal{B}_i(\tau; \phi) X_i(t) - \mathcal{B}_z(\tau; \phi) Z(t) \right), \quad (4.16)$$

besitzt¹¹, wobei sich die genauen Einzelheiten zu den Funktionen $\mathcal{A}$, $(\mathcal{B}_i)_{i=1,2,3}$ und $\mathcal{B}_z$ in Anhang A.1 befinden. Durch die Auswertung der geschlossenen Lösung der charakteristischen Funktion (4.16) und ihrer partiellen Ableitung nach ϕ an der Stelle $\phi = 0$ lassen sich die bedingten Erwartungswerte aus (4.1) und (4.2) in geschlossener Form darstellen.

Folglich ergibt sich für die Prämien-Seite des Credit Default Swaps aus (4.3)¹²

$$\begin{aligned} \text{PL}(t, \tau) &= \delta \text{CDS}(t, \tau) \sum_{n=1}^{4\tau} \Phi(t, T_n; \phi = 0) \\ &+ \delta \text{CDS}(t, \tau) \sum_{n=1}^{4\tau} \int_{T_{n-1}}^{T_n} \frac{u - T_{n-1}}{T_n - T_{n-1}} \frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} du, \end{aligned} \quad (4.17)$$

wobei die genauen Einzelheiten für $\Phi(t, t + \tau; \phi = 0)$ und $\frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0}$ in Anhang A.2 wiedergegeben werden. Der Term $\Phi(t, t + \tau; \phi = 0)$ kann dabei, wie bereits oben erläutert, als ausfallrisikoadjustierter Barwertfaktor interpretiert werden, und der Term $\frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0}$ als abdiskontierte Dichtefunktion der risikoneutralen Ausfallwahrscheinlichkeit.

Entsprechend kann die andere Seite des CDS-Kontraktes, der Barwert der Ausgleichszahlung bei Ausfall aus (4.4), dargestellt werden als

$$\text{DL}(t, \tau) = [1 - \text{REC}(t)] \int_t^{t+\tau} \frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} du. \quad (4.18)$$

Insgesamt ergibt sich also für die CDS-Prämie aus (4.5)

$$\text{CDS}(t, \tau) = \frac{[1 - \text{REC}(t)] \int_t^{t+\tau} \frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} du}{\delta \sum_{n=1}^{4\tau} \Phi(t, T_n; \phi = 0) + \delta \sum_{n=1}^{4\tau} \int_{T_{n-1}}^{T_n} \frac{u - T_{n-1}}{T_n - T_{n-1}} \frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} du}. \quad (4.19)$$

¹¹Vgl. hierzu die Ausführungen in Duffie, Pan und Singleton (2000) S. 1350-1351.

¹²Vgl. Zhang (2008) S. 41 Gleichung (13), wobei in dieser Arbeit im Unterschied zum vereinfachenden Vorgehen von Zhang (2008) keine kontinuierlichen Prämienzahlungen angenommen werden, sondern die am CDS-Markt üblichen vierteljährlichen Prämienzahlungen unter zusätzlicher Berücksichtigung von Stückprämien.

Schließlich lässt sich in diesem Bewertungsrahmen der Wert eines Corporate Bonds aus (4.6) darstellen als

$$CB(t, \tau) = C \sum_{n=1}^{N(\tau)} \Phi(t, \mathcal{T}_n; \phi = 0) + \Phi(t, t + \tau; \phi = 0) + REC(t) \int_t^{t+\tau} \frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} du. \quad (4.20)$$

Kapitel 5

Datenbasis und Modellschätzung

Nachdem Kapitel 4 drei alternative Kreditmodelle spezifiziert hat, widmet sich dieses Kapitel ihrer konkreten Implementierung. Zunächst stellt **Abschnitt 5.1** die verwendeten Datensätze für Credit Default Swaps und Corporate Bonds vor. Anschließend beschreibt **Abschnitt 5.2** detailliert die Modellschätzung, d.h. die Methode, nach der die besagten drei Kreditmodelle an die Zeitreihe der Credit Default Swap-Kurve kalibriert werden und stellt die Schätzergebnisse vor. Dabei zerfällt die Methode - wie noch begründet und erläutert wird - in zwei Teilschritte. Im ersten Schritt werden die Zinsparameter des jeweiligen Kreditmodells mithilfe des Kalman-Filters aus Spotrates geschätzt. Im anschließenden zweiten Schritt werden für jedes Unternehmen einzeln die Intensitätsparameter mithilfe der Inversionsmethode aus den jeweiligen Credit Default Swap Spreads extrahiert.

5.1 Datenbasis

Dieser Abschnitt stellt die verwendeten Datensätze vor, die den beiden in dieser Arbeit durchgeführten empirischen Untersuchungen zugrunde liegen: Die Credit Default Swaps, die Corporate Bonds und die risikofreien Zinssätze.

Credit Default Swap-Datensatz. Die verwendeten CDS Spreads stammen aus der Datenbank von Markit, wobei das Unternehmen seine Daten folgenderweise aggregiert: Eine Reihe verschiedener Finanzinstitute übermitteln Markit auf täglicher Basis ihre CDS-Quotierungen für verschiedene Laufzeiten, aus denen Markit mittels eines proprietären Algorithmus einen gemittelten Wert für die einzelnen Laufzeiten erstellt und somit ein Gesamtbild über die CDS-Kurve eines Schuldners liefert. Die Daten von Markit gelten

inzwischen als allgemeine Richtgröße für CDS und werden von zahlreichen Instituten zur marktnahen Bewertung ihrer Handelsbücher oder im Risikomanagement eingesetzt.

Der vorhandene Datensatz enthält die tägliche CDS-Kurve der Referenzschuldner des iTraxx Europe Index für die Zeitperiode zwischen Januar 2001 und Januar 2005. Der iTraxx Europe Index umfasst 125 europäische Investment Grade-Schuldner, deren CDS-Kontrakte die höchsten Handelsvolumina aufweisen.¹ Die CDS-Kurve besteht dabei aus den Spreads für die ein-, zwei-, drei-, fünf-, sieben- und zehnjährigen Laufzeiten. Die Kontrakte beziehen sich auf Senior Unsecured-Bonds mit einem Nominalwert von 10 Mio. EUR. Die Restrukturierungsklausel der Kontrakte ist Full Restructuring (FR), d.h. sämtliche Restrukturierungsarten gelten als ein Credit Event, die einen Protection Buyer zur Lieferung von Senior Unsecured Bonds (mit bis zu 30 Jahren Restlaufzeit) des zugrundeliegenden Schuldners gegen die Zahlung von Par berechtigen. Neben der CDS-Kurve umfasst der Datensatz auch die erwartete Recovery Rate und die Markttiefe des fünfjährigen CDS Spreads, d.h. die Anzahl der Finanzinstitute auf deren Angaben die fünfjährige CDS-Quotierung von Markt beruht.

Um eine sinnvolle empirische Untersuchung zu ermöglichen, wird der Datensatz auf folgende Weise bereinigt: Erstens, da die CDS-Zeitreihen während den ersten beiden Jahren sehr viele Lücken und Stale Spreads² aufweisen, wird die Untersuchung auf die Zeitperiode zwischen Januar 2003 und Januar 2005 beschränkt. Anschließend werden alle Firmen aus dem Datensatz eliminiert, die mehr als zwei aufeinander folgende Stale Spreads in einer der Zeitreihen der sechs verfügbaren Laufzeiten aufweisen mit der Ausnahme der Feiertage am Jahresende. Zum Schluss werden alle verbliebenen Stale Spreads aus den Zeitreihen eliminiert und durch lineare Interpolation ersetzt.

Corporate Bond-Datensatz. Die Corporate Bond-Daten stammen von Datastream, wobei für alle verfügbaren Unternehmen des iTraxx Europe Index Zeitreihen für EUR-denominierte Senior Unsecured Plain Vanilla Corporate Bonds für den Untersuchungszeitraum heruntergeladen werden. Plain Vanilla Corporate Bonds bezeichnen dabei Bonds, die mit keinen zusätzlichen Optionsrechten ausgestattet sind, wie z.B. Callable, Putable oder Convertible Bonds. Der Ausgangsdatsatz, der 970 Bonds von 106 Emittenten um-

¹Einzelheiten zu der Zusammensetzung des iTraxx Europe Index liefert Chaplin (2005) S. 297 und 299-300.

²Ein Stale Spread ist eine Quotierung, die dem Wert des Vortages entspricht, welcher jedoch keine neuen Informationen zugrunde liegen. Stale Spreads werden in dieser Untersuchung als Datenlücken behandelt.

fasst, wird auf folgende Weise bereinigt: Es werden ausschließlich Bonds verwendet die während der Untersuchungsperiode eine Restlaufzeit von ein Jahr bis zehn Jahren und ein Emissionsvolumen von mindestens 125 Mio. EUR aufweisen. Anschließend werden alle Bonds aus dem Datensatz entfernt, deren Zeitreihe mehr als zwei aufeinander folgende Stale Quotes³ aufweisen mit der Ausnahme der Feiertage am Jahresende. Schließlich werden nur Unternehmen berücksichtigt, für die noch mindestens zwei Bonds übrig bleiben.

Durch die Durchführung der beschriebenen Auswahlkriterien und der Zusammenführung der beiden Datensätze werden die meisten Unternehmen und Bonds aus den beiden Datensätzen eliminiert, sodass schließlich der endgültige Datensatz, der in die Untersuchungen einfließt, 137 Bonds von 29 Emittenten enthält. Da bei der Modellkalibrierung ein stochastisches Kreditmodell angewandt wird, wird der tägliche Datensatz auf eine wöchentliche Basis umgestellt, wobei die Beobachtung am Mittwoch der jeweiligen Woche verwendet wird. Dies führt insgesamt zu 106 wöchentlichen Beobachtungszeitpunkten zwischen dem 1. Januar 2003 und dem 5. Januar 2005.

Die Tabelle 5.1 liefert eine Übersicht der Verteilung der Restlaufzeiten der in die Untersuchung der Bewertungsunterschiede einfließenden 137 Corporate Bonds der 29 Emittenten. Wie der letzten Zeile zu entnehmen ist, ist die Anzahl der Corporate Bonds relativ gleichmäßig auf die neun Laufzeitbänder verteilt.

Tabelle 5.2 präsentiert deskriptive Statistiken zu den CDS-Kurven der 29 Emittenten. Der durchschnittliche CDS Spread über alle Laufzeiten und Unternehmen beträgt gemäß der letzten Zeile und der letzten Spalte 49,27 bps, wobei ING mit 15,66 bps die niedrigste und DaimlerChrysler mit 90,03 die höchste durchschnittliche Prämie gemittelt über alle Laufzeiten aufweist. Alle Unternehmen haben eine mit der Kontraktlaufzeit ansteigende CDS-Kurve. Die Standardabweichung der CDS-Prämie geteilt durch den entsprechenden Mittelwert ist bei allen Unternehmen für die einjährige Kontraktlaufzeit am höchsten. Dieser Quotient nimmt mit steigender Kontraktlaufzeit ab für alle Unternehmen mit der Ausnahme von Danone, wo ein leichter Anstieg zwischen dem sieben- und dem zehnjährigen Kontrakt festzustellen ist.

Risikofreie Zinssätze. Einige frühere Studien zu Bewertungsunterschieden, wie z.B. Levin, Perli und Zakrajsek (2005) und Jankowitsch, Pullirsch und Veza (2008), verwenden die Swap-Kurve als Referenz für die risikofreie Verzinsung. Im Gegensatz zu ihnen wird

³Ein Stale Quote ist analog zum Stale Spread eine Quotierung, die der Quotierung vom Vortag entspricht jedoch keine neuen Informationen enthält.

Tabelle 5.1: Verteilung der Restlaufzeiten der Corporate Bonds

Unternehmen	Laufzeitbänder									Σ
	1Y-2Y	2Y-3Y	3Y-4Y	4Y-5Y	5Y-6Y	6Y-7Y	7Y-8Y	8Y-9Y	9Y-10Y	
Abbey National	2		2		1	1				6
Allianz				2	1				1	4
Allied Domecq		1	1			1				3
Arcelor					1		1			2
Hypo-Vereinsbank			1				1			2
BAT	1		1			1	1		1	5
Carrefour	1		1	1		1	1	1		6
Casino Guichard		1	1	1	1		2		1	7
Commerzbank						1	1	1		3
St. Gobain		1			1	1	1		1	5
DaimlerChrysler	1	2	3	2				1		9
Danone	1		1		1					3
Deutsche Bank	1					2		1	2	6
France Télécom		2	1	2	1	1	1	1	1	10
Gallaher		1	1		1		1			4
Iberdrola		1				1	1		1	4
ING				1		1	1			3
Investor			1		1		1		1	4
KPN	1	2	1		1		1			6
Lafarge	1	1	1	1	1				2	7
LVMH		1	1		1		2			5
Repsol			1				1		2	4
Rolls-Royce		1		1			1			3
RWE				1	1				2	4
Telefónica		1	1	1		1			1	5
Vattenfall				1		1	1	1		4
Vodafone	1		2		1	2				6
Volvo		1	1	1			1			4
Wolters Kluwer		1	1						1	3
Alle Unternehmen	10	17	23	15	14	15	20	6	17	137

Diese Tabelle liefert einen Überblick über die Verteilung der Restlaufzeiten der insgesamt 137 Corporate Bonds der 29 verwendeten Emittenten am Anfang der Untersuchungsperiode zum 1. Januar 2003 bzw. zu einem jeweilig späteren Zeitpunkt für später emittierte Corporate Bonds.

Tabelle 5.2: Deskriptive Statistiken zum CDS-Datensatz

Kontraktlaufzeit	1Y		2Y		3Y		5Y		7Y		10Y		Kurve
	Ø	StdAbw.	Ø	StdAbw.	Ø	StdAbw.	Ø	StdAbw.	Ø	StdAbw.	Ø	StdAbw.	Ø
Unternehmen													
Abbey National	8,21	4,79	10,96	5,41	13,28	5,69	18,99	6,73	21,85	6,92	25,06	6,64	16,39
Allianz	17,92	17,05	23,97	19,13	28,60	20,24	36,58	20,59	41,16	21,16	46,20	20,79	32,40
Allied Domecq	31,61	16,74	38,14	16,44	43,38	16,58	53,38	15,53	58,77	14,89	65,14	14,25	48,24
Arcelor	57,36	42,38	68,70	44,12	75,33	44,42	87,00	44,71	91,81	45,30	99,01	45,32	79,87
Hypo-Vereinsbank	25,22	24,88	34,90	29,69	42,93	33,57	53,91	36,16	58,32	36,36	62,84	36,25	46,35
BAT	50,92	27,35	62,07	25,67	70,65	25,52	82,68	23,48	89,20	22,37	96,87	21,62	75,40
Carrefour	16,27	8,46	20,02	8,15	24,84	8,76	32,64	8,01	37,63	7,85	43,31	7,26	29,12
Casino Guichard	50,63	36,59	60,15	36,47	69,01	34,63	81,39	33,62	88,11	34,06	96,32	35,84	74,27
Commerzbank	25,22	27,96	32,64	31,41	37,59	33,14	48,40	36,79	53,07	38,22	58,01	39,27	42,49
St. Gobain	32,50	28,46	39,53	30,45	44,61	31,24	53,02	31,29	57,55	31,38	63,98	30,76	48,53
DaimlerChrysler	51,45	25,89	70,17	28,85	81,44	27,56	102,11	23,59	111,75	22,38	123,27	19,52	90,03
Danone	11,94	4,10	14,65	3,84	17,24	3,96	23,00	4,24	26,50	4,82	30,09	5,94	20,57
Deutsche Bank	9,30	5,69	13,14	6,43	15,79	7,10	21,86	7,76	24,93	8,07	28,48	8,29	18,92
France Télécom	56,46	64,74	66,80	65,95	77,07	63,92	91,51	62,41	101,08	60,03	113,01	56,59	84,32
Gallaher	35,59	16,71	43,92	16,10	52,26	17,12	64,05	15,22	69,63	15,47	76,87	14,86	57,05
Iberdrola	19,49	10,05	23,02	10,66	26,13	11,45	33,23	12,08	37,62	12,04	43,14	12,07	30,44
ING	7,82	4,56	10,71	4,78	12,92	5,04	17,62	5,47	20,77	6,26	24,11	6,77	15,66
Investor	38,55	33,91	46,50	35,45	50,85	35,21	61,40	35,31	68,06	37,10	73,44	36,87	56,47
KPN	33,07	24,70	42,63	27,94	50,62	29,94	62,52	27,50	69,72	26,09	77,73	24,48	56,05
Lafarge	39,73	23,05	49,92	25,80	57,40	26,70	66,01	24,35	71,26	24,06	78,52	22,84	60,47
LVMH	35,84	25,07	42,47	24,70	49,79	27,02	60,06	27,46	65,45	27,83	71,58	28,33	54,20
Repsol	44,29	47,44	52,43	45,97	59,41	47,23	67,08	41,43	72,59	40,71	79,59	39,54	62,56
Rolls-Royce	62,59	66,69	72,73	68,87	80,84	70,06	92,55	70,89	99,37	71,13	107,32	70,47	85,90
RWE	24,73	20,39	30,73	22,15	34,91	23,59	43,07	23,93	48,46	23,77	55,30	23,65	39,53
Telefónica	24,12	15,57	30,39	16,86	35,81	17,65	46,66	16,80	54,71	15,96	63,36	15,16	42,51
Vattenfall	19,22	9,90	24,32	10,10	28,24	10,53	36,92	10,86	42,34	11,47	49,41	12,19	33,41
Vodafone	20,71	11,66	25,84	12,13	30,69	12,63	35,31	11,89	45,94	11,34	53,94	10,71	36,07
Volvo	25,91	15,02	32,12	15,90	37,58	15,72	45,42	16,19	50,72	16,38	56,18	15,09	41,32
Wolters Kluwer	32,21	18,00	39,27	17,58	45,42	18,01	55,23	16,19	61,15	15,44	69,31	14,16	50,43
Alle Unternehmen	31,34		38,72		44,64		54,36		59,98		66,60		49,27

Diese Tabelle präsentiert die Durchschnittswerte und Standardabweichungen (in bps) zu den CDS-Kurven der 29 Referenzschuldner während der Untersuchungsperiode zwischen dem 1. Januar 2003 und dem 5. Januar 2005. Ø steht dabei für den Durchschnittswert für die jeweilige Kontraktlaufzeit und Kurve Ø in der letzten Spalte für den Durchschnittswert über alle sechs verfügbaren Kontraktlaufzeiten.

in dieser Arbeit die Verzinsung EUR-denominierter deutscher Staatsanleihen für diesen Zweck herangezogen. Der Datensatz besteht aus der zehnjährigen Spotrate-Kurve, die von der Deutschen Bundesbank mithilfe der Methode von Svensson (1994) aus den Renditen deutscher Bundesanleihen geschätzt wird. Diese Entscheidung beruht auf den Ergebnissen von Duffie und Singleton (1997) und Liu, Longstaff und Mandell (2006), die in Swaprates sowohl Liquiditäts- als auch Kreditrisikokomponenten gefunden haben.

5.2 Modellschätzung

Dieser Abschnitt beschreibt die Methode, mit welcher die Parameter der drei in Kapitel 4 entwickelten Kreditmodelle aus den Zins- und CDS-Datensätzen geschätzt werden. Entsprechend zum Vorgehen in Kapitel 4 wird dabei lediglich die Methode für den Fall des Dreifaktormodells präsentiert, da sich daraus die Methoden für die beiden anderen Fälle einfach ableiten lassen.

Zunächst scheinen sich zwei alternative Strategien für das allgemeine Vorgehen bei der Modellschätzung anzubieten.⁴ In der ersten Alternative würden die Zinsparameter zusammen mit den Intensitätsparametern aller 29 Unternehmen mittels einer einzigen Schätzung aus den Datensätzen extrahiert. Aufgrund der hohen Anzahl der zu schätzenden Parameter erscheint diese Alternative jedoch als praktisch nicht durchführbar. In der zweiten Alternative würden mithilfe 29 verschiedener Schätzungen die Zins- und Intensitätsparameter für alle Unternehmen einzeln geschätzt. Diese Alternative führt jedoch zu dem „ökonomisch unbefriedigenden“ Ergebnis, dass sich dadurch für die Spotrate-Kurve 29 verschiedene Sätze von Schätzwerten für die Zinsparameter ergeben würden.

Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit eine dritte Alternative entsprechend der Strategie von Duffee (1999) gewählt, indem die Schätzmethode in zwei Schritte zerlegt wird. Im ersten Schritt werden die Zinsparameter und die entsprechenden Zeitreihen der drei latenten Zustandsvariablen in (4.7) mithilfe des linearen Kalman-Filters aus den Spotrates geschätzt. Im zweiten Schritt werden unter Verwendung der Schätzergebnisse aus dem ersten Schritt die Intensitätsparameter für alle 29 Unternehmen einzeln mithilfe der Inversionsmethode aus den entsprechenden CDS-Datensätzen extrahiert. Diese Vorgehensweise stellt einerseits sicher, dass nur ein einziger Satz von Zinsparametern zur Beschreibung

⁴Diese Argumentation folgt den Ausführungen von Duffee (1999) S. 206.

der Spotrate-Kurve verwendet wird und hält andererseits die Anzahl der zu schätzenden Parameter bei jeder einzelnen Schätzung innerhalb praktikabler Grenzen.

Der folgende Unterabschnitt 5.2.1 behandelt die Schätzung der Zinsparameter und stellt die Schätzergebnisse vor, während der darauf folgende Unterabschnitt 5.2.2 Entsprechendes für die Intensitätsparameter leistet.

5.2.1 Schätzung der Zinsparameter mit dem Kalman-Filter

5.2.1.1 Spezifikation des Kalman-Filters

Das Kalman-Filter wurde bereits in zahlreichen Studien, unter anderem von Duan und Simonato (1999), Geyer und Pichler (1999), de Jong (2000), Chen und Scott (2003) und Hördahl und Vestin (2005) zur Kalibrierung von Mehrfaktor-CIR-Modellen eingesetzt.

Das nach seinem Entwickler benannte Kalman-Filter⁵ besteht aus einem Satz rekursiver Vorschriften, die den inneren nicht beobachtbaren Zustand eines dynamischen Systems aus fehlerbehafteten Beobachtungen schätzen. Das dynamische System ist in der vorliegenden Problemstellung die zeitliche Entwicklung der Spotrate-Kurve. Die Spotrates entsprechen dabei den fehlerbehafteten Beobachtungen, aus denen der innere Zustand des Systems, d.h. die drei latenten nicht beobachtbaren Zustandsvariablen geschätzt werden.

Das Kalman-Filter bietet im Rahmen der vorliegenden Problemstellung drei Vorteile:

- (i) Im Gegensatz zur im Unterabschnitt 5.2.2 vorgestellten Inversionsmethode kann das Kalman-Filter Beobachtungsfehler in allen zehn verwendeten Spotrates berücksichtigen. Diese Fehler in den beobachteten Spotrates können dabei unter anderem Schätzfehler sein, die durch die Anwendung des Svensson (1994)-Verfahrens verursacht werden.
- (ii) Gegeben eine feste Parameterwahl in den stochastischen Differentialgleichungen (4.8) und (4.12) liefert das Filter - vorausgesetzt seine Annahmen sind erfüllt - einen Minimum-Mean-Square-Schätzer⁶ für die Zustandsvariablen. Inwiefern im vorliegenden Fall eine gewisse Abweichung von den exakten Annahmen des Filters vorliegt, wird weiter unten diskutiert.

⁵Vgl. Kalman (1960).

⁶Vgl. Harvey (1991) S. 110-111.

(iii) Das Kalman-Filter ebnet den Weg zum eigentlichen Ziel dieses Unterabschnitts, nämlich der Kalibrierung des Zinsmodells an die Spotrate-Kurve, indem es die Komponenten für einen Quasi-Maximum-Likelihood-Schätzer (QML) generiert. Hiermit steht also ein Schätzer für die wahren Parameter der stochastischen Differentialgleichungen (4.8) und (4.12) zur Verfügung.

Vor der Konstruktion des QML-Schätzers wird also zunächst das Filter selbst beschrieben und für das vorliegende Problem spezifiziert. Die allgemeine Beschreibung des Filters folgt dabei den einschlägigen Monografien von Hamilton (1994) und Harvey (1991).

Zunächst wird das betrachtete dynamische System in die Zustandsraumdarstellung⁷ überführt, die aus zwei Gleichungen, der Zustandsgleichung⁸ und der Beobachtungsgleichung⁹ besteht. Während die Zustandsgleichung die zeitliche Entwicklung der nicht beobachtbaren Zustandsvariablen beschreibt, verbindet die Beobachtungsgleichung diese mit den fehlerbehafteten Beobachtungen. Die Menge $\mathcal{T}$ bezeichnet dabei im Folgenden die 106 wöchentlichen Beobachtungszeitpunkte.

(i) Zustandsgleichung.¹⁰ Die Zustandsgleichung des Filters ist das folgende System linearer stochastischer Differenzengleichungen erster Ordnung

$$\underbrace{\mathbf{X}(\mathbf{t} + \mathbf{1})}_{3 \times 1} = \underbrace{\mathbf{c}}_{3 \times 1} + \underbrace{\mathbf{F}}_{3 \times 3} \underbrace{\mathbf{X}(\mathbf{t})}_{3 \times 1} + \underbrace{\boldsymbol{\eta}(\mathbf{t} + \mathbf{1})}_{3 \times 1}, \quad (5.1)$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{X}(\mathbf{t}) := (X_1(t) \ X_2(t) \ X_3(t))^T$. Des Weiteren sind $\mathbf{c}$ und $\mathbf{F}$ ein 3×1 -Spaltenvektor bzw. eine 3×3 -Matrix mit konstanten Einträgen. $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{t} + \mathbf{1})$ ist ein 3×1 -Spaltenvektor dessen Einträge Gaußsches Weißes Rauschen darstellen, d.h.

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\eta}(\mathbf{t} + \mathbf{1})] = \mathbf{0} \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (5.2)$$

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\eta}(\mathbf{t} + \mathbf{1})\boldsymbol{\eta}(\mathbf{s} + \mathbf{1})^T] = \begin{cases} \mathbf{Q}(\mathbf{t} + \mathbf{1}), & \text{falls } t = s; \\ \mathbf{0}, & \text{sonst;} \end{cases} \quad \forall s, t \in \mathcal{T}. \quad (5.3)$$

Die Einträge von $\mathbf{c}$, $\mathbf{F}$ und der zeitabhängigen diagonalen Kovarianzmatrix $\mathbf{Q}(\mathbf{t} + \mathbf{1})$ werden für die vorliegende Problemstellung mithilfe der stochastischen Differentialgleichungen (4.8), die die zeitliche Entwicklung der Zustandsvariablen unter dem realen Wahrscheinlichkeitsmaß $\mathbb{P}$ beschreiben, spezifiziert. Wenn auch für diese Gleichungen keine

⁷Das ist die sogenannte *state space representation*. Vgl. hierzu Hamilton (1994) S. 372.

⁸Das ist die sogenannte *state equation*. Vgl. hierzu Hamilton (1994) S. 372.

⁹Das ist die sogenannte *observation equation*. Vgl. hierzu Hamilton (1994) S. 372-373.

¹⁰Vgl. Hamilton (1994) S. 372 Gleichung (13.1.1), wobei für die in dieser Arbeit benötigte Modellspezifikation ein zusätzlicher 3×1 -Spaltenvektor $\mathbf{c}$ in die Gleichung eingefügt wird.

geschlossene Lösung angegeben werden kann, lassen sich die bedingten Erwartungswerte und Varianzen berechnen als¹¹:

$$\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[X_i(t)|\mathcal{F}(s)] = \theta_i(1 - e^{-\kappa_i(t-s)}) + e^{-\kappa_i(t-s)}X_i(s), \quad (5.4)$$

$$\text{Var}^{\mathbb{P}}[X_i(t)|\mathcal{F}(s)] = \frac{\theta_i\sigma_i^2}{2\kappa_i}(1 - e^{-\kappa_i(t-s)})^2 + \frac{\sigma_i^2}{\kappa_i}(e^{-\kappa_i(t-s)} - e^{-2\kappa_i(t-s)})X_i(s), \quad (5.5)$$

für $i = 1, 2, 3$. Um den wöchentlichen Beobachtungen Rechnung zu tragen, wird im Folgenden $(t - s) =: \Delta t = \frac{7}{365}$ angenommen. Somit kann also die Zustandsgleichung (5.1) spezifiziert werden als

$$\begin{pmatrix} X_1(t+1) \\ X_2(t+1) \\ X_3(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_1(1 - e^{-\kappa_1\Delta t}) \\ \theta_2(1 - e^{-\kappa_2\Delta t}) \\ \theta_3(1 - e^{-\kappa_3\Delta t}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^{-\kappa_1\Delta t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\kappa_2\Delta t} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\kappa_3\Delta t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ X_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \eta_1(t+1) \\ \eta_2(t+1) \\ \eta_3(t+1) \end{pmatrix}. \quad (5.6)$$

Des Weiteren kann die Kovarianzmatrix $\mathbf{Q}(t+1)$ parametrisiert werden als

$$\mathbf{Q}(t+1) = \mathbb{E}[\boldsymbol{\eta}(t+1)\boldsymbol{\eta}(t+1)^T] = \begin{pmatrix} \xi_1(t+1) & 0 & 0 \\ 0 & \xi_2(t+1) & 0 \\ 0 & 0 & \xi_3(t+1) \end{pmatrix}, \quad (5.7)$$

mit dem i -ten Element

$$\xi_i(t+1) = \frac{\theta_i\sigma_i^2}{2\kappa_i}(1 - e^{-\kappa_i\Delta t})^2 + \frac{\sigma_i^2}{\kappa_i}(e^{-\kappa_i\Delta t} - e^{-2\kappa_i\Delta t})X_i(t). \quad (5.8)$$

Hierbei ist zu beachten, dass auf der rechten Seite von (5.8) die wahren, nicht beobachtbaren und somit auch nicht bekannten Werte für $X_1(t), X_2(t)$ bzw. $X_3(t)$ stehen. Die Parametrisierung dieser Werte wird weiter unten im Anschluss an den vierten und letzten Schritt des Kalman-Filters konkretisiert.

Des Weiteren sei an dieser Stelle noch darauf hingewiesen, dass die hier spezifizierte Gaußsche Zustandsgleichung nur eine Approximation der wahren Verteilung der drei Zustandsvariablen darstellt. Bei der wahren Verteilung, die sich aus den stochastischen Differentialgleichungen (4.8) ergibt, handelt es sich um eine nichtzentrale χ^2 -Verteilung.¹² Dies ist auch der Grund dafür, dass es sich bei der an das Kalman-Filter anschließende Schätzung der Parameter um eine QML-Schätzung und keine Maximum-Likelihood-Schätzung handelt.¹³

(ii) Beobachtungsgleichung.¹⁴ Um dem affin-linearen Charakter des Dreifaktor-CIR-

¹¹Eine Herleitung liefert Shreve (2004) S. 152-153.

¹²Vgl. Brigo und Mercurio (2001) S. 57.

¹³Vgl. hierzu auch Geyer und Pichler (1999) S. 111-112.

¹⁴Vgl. Hamilton (1994) S. 372 Gleichung (13.1.2), wobei für die in dieser Arbeit benötigte affin-lineare Modellspezifikation der dort angegebene zeitvariante exogene Spaltenvektor $\mathbf{A}^T \mathbf{x}_t$ durch den konstanten 10×1 -Spaltenvektor $\mathbf{d}$ ersetzt wird.

Modells Rechnung zu tragen, wird die Beobachtungsgleichung festgelegt als

$$\underbrace{\mathbf{R}(\mathbf{t})}_{10 \times 1} = \underbrace{\mathbf{d}}_{10 \times 1} + \underbrace{\mathbf{H}}_{10 \times 3} \underbrace{\mathbf{X}(\mathbf{t})}_{3 \times 1} + \underbrace{\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{t})}_{10 \times 1}, \quad (5.9)$$

wobei $\mathbf{R}(\mathbf{t})$ einen 10×1 -Spaltenvektor bezeichnet, der die zehn Spotrates zum Zeitpunkt t zusammenfasst. $\mathbf{d}$ und $\mathbf{H}$ bezeichnen einen 10×1 -Spaltenvektor bzw. eine 10×3 -Matrix mit konstanten Einträgen. Die Einträge des 10×1 -Spaltenvektors $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{t})$, die die oben angesprochenen Beobachtungsfehler in den Spotrates modellieren, sind Gaußsches Weißes Rauschen, d.h.

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{t})] = \mathbf{0} \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (5.10)$$

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{t})\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{s})^T] = \begin{cases} \mathbf{RHO}, & \text{falls } t = s; \\ \mathbf{0}, & \text{sonst;} \end{cases} \quad \forall s, t \in \mathcal{T}. \quad (5.11)$$

Die Parametrisierung der Beobachtungsgleichung nutzt die Tatsache aus, dass im Dreifaktor-CIR-Modell der Preis eines risikofreien Zerobonds P zum Zeitpunkt t mit der Restlaufzeit τ die folgende exponentiell-affine Funktion der drei Zustandsvariablen ist

$$P(t, \tau, X_1(t), X_2(t), X_3(t)) = \exp \left(\sum_{i=1}^3 [(A_i(\tau) - B_i(\tau)X_i(t))] \right), \quad (5.12)$$

wobei

$$A_i(\tau) = \frac{2\kappa_i\theta_i}{\sigma_i^2} \log \left(\frac{\gamma_i \exp(\frac{(\kappa_i + \lambda_i)\tau}{2})}{\gamma_i \cosh(\frac{\gamma_i\tau}{2}) + (\kappa_i + \lambda_i) \sinh(\frac{\gamma_i\tau}{2})} \right), \quad (5.13)$$

$$B_i(\tau) = \frac{2 \sinh(\frac{\gamma_i\tau}{2})}{\gamma_i \cosh(\frac{\gamma_i\tau}{2}) + (\kappa_i + \lambda_i) \sinh(\frac{\gamma_i\tau}{2})}, \quad (5.14)$$

mit

$$\gamma_i = \sqrt{(\kappa_i + \lambda_i)^2 + 2\sigma_i^2}, \quad \text{für } i = 1, 2, 3.^{15}$$

Unter Ausnutzung der Beziehung

$$P(t, \tau, X_1(t), X_2(t), X_3(t)) = \exp(-R_\tau(t) \cdot \tau) \quad (5.15)$$

kann die Spotrate $R_\tau(t)$ für die Restlaufzeit τ zum Zeitpunkt t als eine affin-lineare Funktion der drei Zustandsvariablen dargestellt werden

$$R_\tau(t) = \sum_{i=1}^3 \frac{-A_i(\tau)}{\tau} + \sum_{i=1}^3 \frac{B_i(\tau)}{\tau} X_i(t). \quad (5.16)$$

¹⁵Eine Herleitung liefert Shreve (2004) S. 275-276 und 285-286.

Somit kann die Beobachtungsgleichung (5.9) also parametrisiert werden als

$$\underbrace{\begin{pmatrix} R_{\tau_1}(t) \\ R_{\tau_2}(t) \\ \vdots \\ R_{\tau_{10}}(t) \end{pmatrix}}_{10 \times 1} = \underbrace{\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^3 \frac{-A_i(\tau_1)}{\tau_1} \\ \sum_{i=1}^3 \frac{-A_i(\tau_2)}{\tau_2} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^3 \frac{-A_i(\tau_{10})}{\tau_{10}} \end{pmatrix}}_{10 \times 1} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{B_1(\tau_1)}{\tau_1} & \frac{B_2(\tau_1)}{\tau_1} & \frac{B_3(\tau_1)}{\tau_1} \\ \frac{B_1(\tau_2)}{\tau_2} & \frac{B_2(\tau_2)}{\tau_2} & \frac{B_3(\tau_2)}{\tau_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{B_1(\tau_{10})}{\tau_{10}} & \frac{B_2(\tau_{10})}{\tau_{10}} & \frac{B_3(\tau_{10})}{\tau_{10}} \end{pmatrix}}_{10 \times 3} \underbrace{\begin{pmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ X_3(t) \end{pmatrix}}_{3 \times 1} + \underbrace{\begin{pmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \varepsilon_2(t) \\ \vdots \\ \varepsilon_{10}(t) \end{pmatrix}}_{10 \times 1},$$

wobei die Restlaufzeiten $\tau_1 = 1, \tau_2 = 2, \dots, \tau_{10} = 10$ gemessen in Jahren entsprechen. Des Weiteren ist die Kovarianzmatrix der Beobachtungsfehler **RHO** eine Diagonalmatrix mit

$$\mathbb{E}[\varepsilon(t)\varepsilon(t)^T] = \underbrace{\mathbf{RHO}}_{10 \times 10} = \begin{pmatrix} \rho_1^2 & & & \\ & \rho_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \rho_{10}^2 \end{pmatrix}. \quad (5.17)$$

Darüber hinaus wird auch vorausgesetzt, dass die beiden Störterme unkorreliert sind¹⁶, d.h.

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\eta}(s)\varepsilon(t)^T] = \mathbf{0} \quad \forall s, t \in \mathcal{T}. \quad (5.18)$$

Schließlich wird noch angenommen, dass beide Störterme mit dem ersten Zustandsvektor **X(1)** unkorreliert sind¹⁷, d.h.

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\eta}(t)\mathbf{X}(1)^T] = \mathbf{0} \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (5.19)$$

$$\mathbb{E}[\varepsilon(t)\mathbf{X}(1)^T] = \mathbf{0} \quad \forall t \in \mathcal{T}. \quad (5.20)$$

Die bisher getroffenen Annahmen implizieren weitere Beziehungen.¹⁸ Erstens, aufgrund der Tatsache, dass **X(t)** dargestellt werden kann als

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t) &= \mathbf{c} + \mathbf{F}\mathbf{c} + \mathbf{F}^2\mathbf{c} + \dots + \mathbf{F}^{t-2}\mathbf{c} + \mathbf{F}^{t-1}\mathbf{X}(1) \\ &+ \boldsymbol{\eta}(t) + \mathbf{F}\boldsymbol{\eta}(t-1) + \mathbf{F}^2\boldsymbol{\eta}(t-2) + \dots + \mathbf{F}^{t-2}\boldsymbol{\eta}(2) \quad \forall t \in \mathcal{T}, \end{aligned} \quad (5.21)$$

ergibt sich mit (5.2), (5.3) und (5.19), dass **η(t)** unkorreliert ist mit vergangenen **X**, d.h.

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\eta}(t)\mathbf{X}(s)^T] = \mathbf{0} \quad \forall s = t-1, t-2, \dots, 1. \quad (5.22)$$

Zweitens, ergibt sich mit (5.10), (5.18), (5.20) und (5.21), dass

$$\mathbb{E}[\varepsilon(t)\mathbf{X}(s)^T] = \mathbf{0} \quad \forall s \in \mathcal{T}. \quad (5.23)$$

¹⁶Vgl. Hamilton (1994) S. 373.

¹⁷Vgl. Hamilton (1994) S. 373.

¹⁸Vgl. Hamilton (1994) S. 373.

Drittens, folgt aus (5.9), (5.10), (5.11) und (5.23)

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}(t)\mathbf{R}(s)^T] = \mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}(t)(\mathbf{d} + \mathbf{H}\mathbf{X}(s) + \boldsymbol{\varepsilon}(s))^T] = \mathbf{0} \quad \forall s = t-1, t-2, \dots, 1. \quad (5.24)$$

Schließlich, ergibt sich aus Gleichungen (5.2), (5.9), (5.18) und (5.22), dass

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\eta}(t)\mathbf{R}(s)^T] = \mathbb{E}[\boldsymbol{\eta}(t)(\mathbf{d} + \mathbf{H}\mathbf{X}(s) + \boldsymbol{\varepsilon}(s))^T] = \mathbf{0} \quad \forall s = t-1, t-2, \dots, 1. \quad (5.25)$$

Der Algorithmus des Kalman-Filters selbst kann durch die im Folgenden vorgestellten vier Schritte beschrieben werden.

Schritt 1: Initialisierung des Zustandsvektors¹⁹

Der erste Schritt setzt die Anfangswerte des Algorithmus fest, d.h. er gibt eine Startschätzung für den Zeitpunkt $t = 1$ für den Zustandsvektor $\hat{\mathbf{X}}_{1|0}$ und der Kovarianzmatrix seines Fehlers $\mathbf{P}_{1|0}$ vor ohne Vorliegen einer Beobachtung. Im Falle eines schwach-stationären Prozesses²⁰ für $\mathbf{X}(t)$ kann der Algorithmus mit dem unbedingten Erwartungswert bzw. der unbedingten Varianz initialisiert werden.²¹ Ein schwach-stationärer Prozess für $\mathbf{X}(t)$ liegt vor, falls sämtliche Eigenwerte der Übergangsmatrix $\mathbf{F}$ in der Zustandsgleichung (5.1) innerhalb des Einheitskreises liegen.²² Da sämtliche Parameter $\kappa_i > 0$ angenommen werden, um die Mean-Reversion-Eigenschaft der Zustandsvariablen sicherzustellen, ist die schwache Stationarität gewährleistet, da für sämtliche Eigenwerte von $\mathbf{F}$ gegebenen die Spezifikation in (5.6) $|e^{-\kappa_i \Delta t}| < 1$ folgt. Somit lassen sich also der Schätzer für den Zustandsvektor und der Kovarianzmatrix seines Fehlers initialisieren als

$$\mathbb{E}[\mathbf{X}(1)|\mathcal{F}_0] =: \hat{\mathbf{X}}_{1|0} = (\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3)^T, \quad (5.26)$$

$$\mathbb{E}[(\mathbf{X}(1) - \hat{\mathbf{X}}_{1|0})(\mathbf{X}(1) - \hat{\mathbf{X}}_{1|0})^T | \mathcal{F}_0] =: \mathbf{P}_{1|0} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_1^2 \theta_1}{2\kappa_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_2^2 \theta_2}{2\kappa_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_3^2 \theta_3}{2\kappa_3} \end{pmatrix}. \quad (5.27)$$

Dabei bezeichnet $\mathcal{F}_t$ die zum Zeitpunkt t verfügbare Informationsmenge, d.h. die Menge der Sptratevektoren $\mathbf{R}(1), \mathbf{R}(2), \dots, \mathbf{R}(t)$. $\diamond$

Schritt 2: Prädiktion der Beobachtungsgleichung²³

¹⁹Vgl. Hamilton (1994) S. 378.

²⁰Vgl. Hamilton (1994) S. 45-56.

²¹Vgl. Harvey (1991) S. 120-121.

²²Vgl. Hamilton (1994) S. 378.

²³Vgl. Hamilton (1994) S. 379.

Gegeben die Startwerte für $\hat{\mathbf{X}}_{t|t-1}$ und $\mathbf{P}_{t|t-1}$ kann im zweiten Schritt die Beobachtungsgleichung (5.9) prognostiziert werden

$$\underbrace{\boldsymbol{\mu}_t}_{10 \times 1} := \underbrace{\mathbb{E}[\mathbf{R}(t)|\mathcal{F}_{t-1}]}_{10 \times 1} := \underbrace{\hat{\mathbf{R}}_{t|t-1}}_{10 \times 1} = \underbrace{\mathbf{d}}_{10 \times 1} + \underbrace{\mathbf{H}}_{10 \times 3} \underbrace{\hat{\mathbf{X}}_{t|t-1}}_{3 \times 1}, \quad (5.28)$$

mit dem Prognosefehler

$$\begin{aligned} \underbrace{\boldsymbol{\zeta}_t}_{10 \times 1} &:= \underbrace{\mathbf{R}(t)}_{10 \times 1} - \underbrace{\hat{\mathbf{R}}_{t|t-1}}_{10 \times 1} = \underbrace{[\mathbf{d} + \mathbf{H}\mathbf{X}(t) + \boldsymbol{\varepsilon}(t)]}_{10 \times 1} - \underbrace{[\mathbf{d} + \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}_{t|t-1}]}_{10 \times 1} \\ &= \underbrace{\mathbf{H}}_{10 \times 3} \underbrace{(\mathbf{X}(t) - \hat{\mathbf{X}}_{t|t-1})}_{3 \times 1} + \underbrace{\boldsymbol{\varepsilon}(t)}_{10 \times 1}, \end{aligned} \quad (5.29)$$

und der Varianz

$$\begin{aligned} \underbrace{\boldsymbol{\Omega}_t}_{10 \times 10} &:= \mathbb{E}[(\mathbf{R}(t) - \hat{\mathbf{R}}_{t|t-1})(\mathbf{R}(t) - \hat{\mathbf{R}}_{t|t-1})^T | \mathcal{F}_{t-1}] \\ &= \mathbf{H} \mathbb{E}[(\mathbf{X}(t) - \hat{\mathbf{X}}_{t|t-1})(\mathbf{X}(t) - \hat{\mathbf{X}}_{t|t-1})^T | \mathcal{F}_{t-1}] \mathbf{H}^T \\ &\quad + \mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}(t)\boldsymbol{\varepsilon}(t)^T] \\ &= \underbrace{\mathbf{H}}_{10 \times 3} \underbrace{\mathbf{P}_{t|t-1}}_{3 \times 3} \underbrace{\mathbf{H}^T}_{3 \times 10} + \underbrace{\mathbf{RHO}}_{10 \times 10}. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Dies erklärt sich dadurch, dass die zwei anderen Kreuzterme bei der Berechnung von $\boldsymbol{\Omega}_t$ verschwinden: Erstens sind gemäß (5.23) $\mathbf{X}(t)$ und $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ unkorreliert. Zweitens, da $\hat{\mathbf{X}}_{t|t-1} := \mathbb{E}[\mathbf{X}(t)|\mathcal{F}_{t-1}]$ eine lineare Funktion von $\mathcal{F}_{t-1}$ ist, sind aufgrund von (5.24) $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ und $\hat{\mathbf{X}}_{t|t-1}$ ebenfalls unkorreliert.²⁴

Für die Herleitung des dritten Schrittes des Algorithmus ist die Kenntnis der gemeinsamen bedingten Verteilung unter $\mathcal{F}_{t-1}$ des Spotratevektors und des Zustandsvektors notwendig. Hierfür wird noch die bedingte Kovarianz zwischen dem Prognosefehler und dem Fehler des Zustandsvektors berechnet

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[(\mathbf{R}(t) - \hat{\mathbf{R}}_{t|t-1})(\mathbf{X}(t) - \hat{\mathbf{X}}_{t|t-1})^T | \mathcal{F}_{t-1}] &= \mathbf{H} \mathbb{E}[(\mathbf{X}(t) - \hat{\mathbf{X}}_{t|t-1})(\mathbf{X}(t) - \hat{\mathbf{X}}_{t|t-1})^T | \mathcal{F}_{t-1}] \\ &= \underbrace{\mathbf{H}}_{10 \times 3} \underbrace{\mathbf{P}_{t|t-1}}_{3 \times 3}, \end{aligned} \quad (5.31)$$

wobei wiederum wie bereits oben die Unkorreliertheit von $\mathbf{X}(t)$ und $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ bzw. von $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ und $\hat{\mathbf{X}}_{t|t-1}$ ausgenutzt wird.

Die gemeinsame bedingte Verteilung der beiden Vektoren unter $\mathcal{F}_{t-1}$ ist also gegeben durch

$$\begin{pmatrix} \mathbf{R}(t)|\mathcal{F}_{t-1} \\ \mathbf{X}(t)|\mathcal{F}_{t-1} \end{pmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} \mathbf{d} + \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}_{t|t-1} \\ \hat{\mathbf{X}}_{t|t-1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathbf{H}\mathbf{P}_{t|t-1}\mathbf{H}^T + \mathbf{RHO} & \mathbf{H}\mathbf{P}_{t|t-1} \\ \mathbf{P}_{t|t-1}\mathbf{H}^T & \mathbf{P}_{t|t-1} \end{pmatrix} \right]. \quad (5.32)$$

²⁴Vgl. Hamilton (1994) S. 379.

Des Weiteren wird im dritten Schritt des Algorithmus vom folgenden Satz Gebrauch gemacht:

Satz 5.1 (Bedingter Erwartungswert und Bedingte Varianz²⁵)

Seien $\mathbf{u}_1$ und $\mathbf{u}_2$ jeweils ein $m \times 1$ und ein $n \times 1$ Vektor mit einer gemeinsamen Normalverteilung:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{pmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} \boldsymbol{\mu}_1 \\ \boldsymbol{\mu}_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Omega}_{11} & \boldsymbol{\Omega}_{12} \\ \boldsymbol{\Omega}_{21} & \boldsymbol{\Omega}_{22} \end{pmatrix} \right] \quad (5.33)$$

Dann ist die bedingte Verteilung von $\mathbf{u}_2$ unter $\mathbf{u}_1$ eine Normalverteilung mit bedingtem Erwartungswert $\mathbf{m}$ und bedingter Varianz $\boldsymbol{\Sigma}$, d.h. $\mathbf{u}_2|\mathbf{u}_1 \sim N(\mathbf{m}, \boldsymbol{\Sigma})$, wobei

$$\mathbf{m} = \boldsymbol{\mu}_2 + \boldsymbol{\Omega}_{21}\boldsymbol{\Omega}_{11}^{-1}(\mathbf{u}_1 - \boldsymbol{\mu}_1) \quad (5.34)$$

und

$$\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Omega}_{22} - \boldsymbol{\Omega}_{21}\boldsymbol{\Omega}_{11}^{-1}\boldsymbol{\Omega}_{12}. \quad (5.35)$$

Schritt 3: Update der Inferenz für den Zustandsvektor²⁶

Im dritten Schritt liegt die Beobachtung für den Spotratervektor $\mathbf{R}(\mathbf{t})$ tatsächlich vor, was einen Update der Schätzung des Zustandsvektors $\mathbf{X}(\mathbf{t})$ unter der Bedingung $\mathcal{F}_t$ durch Ausnutzung von Satz 5.1 ermöglicht. Somit folgt also

$$\underbrace{\hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}}}_{3 \times 1} = \underbrace{\hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}-1}}_{3 \times 1} + \underbrace{\mathbf{P}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}-1}}_{3 \times 3} \underbrace{\mathbf{H}^T}_{3 \times 10} \underbrace{(\mathbf{H}\mathbf{P}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}-1}\mathbf{H}^T + \mathbf{RHO})^{-1}}_{10 \times 10} \underbrace{[\mathbf{H}(\mathbf{X}(\mathbf{t}) - \hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}-1}) + \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{t})]}_{10 \times 1} \quad (5.36)$$

und

$$\underbrace{\mathbf{P}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}}}_{3 \times 3} = \underbrace{\mathbf{P}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}-1}}_{3 \times 3} - \underbrace{\mathbf{P}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}-1}}_{3 \times 3} \underbrace{\mathbf{H}^T}_{3 \times 10} \underbrace{(\mathbf{H}\mathbf{P}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}-1}\mathbf{H}^T + \mathbf{RHO})^{-1}}_{10 \times 10} \underbrace{\mathbf{H}}_{10 \times 3} \underbrace{\mathbf{P}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}-1}}_{3 \times 3}. \quad (5.37)$$

◇

Schritt 4: Schätzung der Zustandsgleichung²⁷

Im vierten und letzten Schritt wird der Zustandsvektor für den Zeitpunkt $t + 1$ unter der Bedingung $\mathcal{F}_t$, also einschließlich $\mathbf{R}(\mathbf{t})$, geschätzt. Unter Ausnutzung der Gestalt der Zustandsgleichung (5.1) folgt, dass $\mathbf{X}(\mathbf{t} + 1)|\mathcal{F}_t \sim N(\hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}+1|\mathbf{t}}, \mathbf{P}_{\mathbf{t}+1|\mathbf{t}})$ mit

$$\underbrace{\hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}+1|\mathbf{t}}}_{3 \times 1} = \underbrace{\mathbf{c}}_{3 \times 1} + \underbrace{\mathbf{F}}_{3 \times 3} \underbrace{\hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}}}_{3 \times 1} \quad (5.38)$$

²⁵Einen Beweis dieses Satzes liefert Harvey (1991) S. 165-166.

²⁶Vgl. Hamilton (1994) S. 379-380.

²⁷Vgl. Hamilton (1994) S. 380.

und

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_{\mathbf{t}+1|\mathbf{t}} &= \mathbb{E}[(\mathbf{X}(\mathbf{t}+1) - \hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}+1|\mathbf{t}})(\mathbf{X}(\mathbf{t}+1) - \hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}+1|\mathbf{t}})^T | \mathcal{F}_t] \\
&= \mathbb{E}[(\mathbf{c} + \mathbf{F}\mathbf{X}(\mathbf{t}) + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{t}+1) - \mathbf{c} - \mathbf{F}\hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}})(\mathbf{c} + \mathbf{F}\mathbf{X}(\mathbf{t}) + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{t}+1) - \mathbf{c} - \mathbf{F}\hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}})^T | \mathcal{F}_t] \\
&= \mathbb{E}[(\mathbf{F}(\mathbf{X}(\mathbf{t}) - \hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}}) + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{t}+1))(\mathbf{F}(\mathbf{X}(\mathbf{t}) - \hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}}) + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{t}+1))^T | \mathcal{F}_t] \\
&= \underbrace{\mathbf{F}}_{3 \times 3} \underbrace{\mathbf{P}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}}}_{3 \times 3} \underbrace{\mathbf{F}^T}_{3 \times 3} + \underbrace{\mathbf{Q}(\mathbf{t}+1)}_{3 \times 3}. \tag{5.39}
\end{aligned}$$

Dabei verschwinden wieder die Kreuzterme unter Ausnutzung der Beziehung (5.22), wonach $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{t}+1)$ unkorreliert ist mit vergangenen $\mathbf{X}(\mathbf{t})$, und unter Ausnutzung der Beziehung (5.25), wodurch $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{t}+1)$ auch mit $\hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}}$ unkorreliert ist.

Das in Gleichung (5.8) spezifizierte i -te Diagonalelement der zeitabhängigen Diagonalmatrix $\mathbf{Q}(\mathbf{t}+1)$ wird durch

$$\xi_i(t+1) = \frac{\theta_i \sigma_i^2}{2\kappa_i} (1 - e^{-\kappa_i \Delta t})^2 + \frac{\sigma_i^2}{\kappa_i} (e^{-\kappa_i \Delta t} - e^{-2\kappa_i \Delta t}) \hat{X}_{t|t,i} \tag{5.40}$$

parametrisiert²⁸, wobei $\hat{X}_{t|t,i}$ der i -te Eintrag des 3×1 -Vektors $\hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}}$ bezeichnet. Um hierbei die positive Definitheit von $\mathbf{Q}(\mathbf{t}+1)$ sicherzustellen, wird ein durch (5.36) generierter negativer Schätzwert für $\hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}}$ stets durch Null ersetzt. Chen und Scott (2003) bezeichnen dieses Vorgehen als ein „Quasi-Lineares“ Kalman-Filter²⁹.

Es ist naheliegend, dass der Algorithmus nach dem vierten Schritt wieder zum zweiten Schritt zurückkehrt und bis zur letzten wöchentlichen Beobachtung $\mathbf{R}(\mathbf{106})$ durchläuft. Wie bereits weiter oben angesprochen, wird hierdurch, vorausgesetzt die Annahmen des Filters sind erfüllt, für einen fest vorgegebenen 22×1 -Parametervektor

$$\boldsymbol{\Psi}^\diamond = (\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \rho_1, \dots, \rho_{10})^T \tag{5.41}$$

ein Minimum-Mean-Square-Schätzer $\hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}+1|\mathbf{t}}$ für den Zustandsvektor $\mathbf{X}(\mathbf{t}+1)$ erzeugt.

Um einen Schätzwert für den wahren Parametervektor zu erhalten, wird das Kalman-Filter wie in Chen und Scott (2003) und Duan und Simonato (1999) mit einem QML-Schätzer kombiniert. Dieser macht von den durch das Filter generierten ersten beiden Momenten der bedingten Verteilung des Spotratevektors Gebrauch. Somit kann die loga-

²⁸Vgl. Duffee (1999) S. 207.

²⁹Vgl. Chen und Scott (2003) S. 149-150.

rithmierte Quasi-Likelihood-Funktion dargestellt werden als

$$\begin{aligned}
\mathcal{QLL}(\Psi) &= \sum_{t=1}^T \log(f(\mathbf{R}(\mathbf{t})|\mathcal{F}_{t-1})) =: \sum_{t=1}^T l_t(\Psi) \\
&= -\frac{mT}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log |\mathbf{H}\mathbf{P}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}-1}\mathbf{H}^T + \mathbf{R}\mathbf{H}\mathbf{O}| \\
&\quad - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \zeta_t^T (\mathbf{H}\mathbf{P}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}-1}\mathbf{H}^T + \mathbf{R}\mathbf{H}\mathbf{O})^{-1} \zeta_t \\
&= -\frac{mT}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log |\Omega_t| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \zeta_t^T \Omega_t^{-1} \zeta_t, \tag{5.42}
\end{aligned}$$

wobei $m = 10$ die Anzahl der Spotrates, die in die Kalibrierung einfließen, bezeichnet. $f(\mathbf{R}(\mathbf{t})|\mathcal{F}_{t-1})$ bezeichnet die bedingte Dichtefunktion an der Stelle der Beobachtung $\mathbf{R}(\mathbf{t})$ unter der Bedingung $\mathcal{F}_{t-1}$ in Abhängigkeit vom Parametervektor Ψ . Des Weiteren ist $\sum_{t=1}^T \log(f(\mathbf{R}(\mathbf{t})|\mathcal{F}_{t-1}))$ die logarithmierte gemeinsame bedingte Dichtefunktion³⁰ an der Stelle der Beobachtungen $(\mathbf{R}(\mathbf{t}))_{t \in \mathcal{T}}$ in Abhängigkeit vom Parametervektor Ψ .

Zwar führen die Art der Parametrisierung von $\mathbf{Q}(\mathbf{t} + \mathbf{1})$ in (5.40) und die Nullsetzung negativer Schätzwerte für $\hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}|\mathbf{t}}$, wie in Duan und Simonato (1999) und de Jong (2000) diskutiert, zu einer gewissen Verzerrung des QML-Schätzers, diese ist jedoch gemäß den Ergebnissen der Monte-Carlo-Studien von Duan und Simonato (1999) und Lund (1997) für relevante Parameterkombinationen vernachlässigbar. Somit wird im Folgenden diese Verzerrung vernachlässigt und wie in Duan und Simonato (1999) angenommen, dass der QML-Schätzer $\hat{\Psi}$ gemäß Bollerslev und Wooldridge (1992) konsistent und asymptotisch normalverteilt ist, d.h.

$$\sqrt{T}(\hat{\Psi} - \Psi) \sim N(\underbrace{\mathbf{0}}_{22 \times 1}, \underbrace{\hat{\mathbf{U}}_{\mathbf{T}}^{-1}}_{22 \times 22} \underbrace{\hat{\mathbf{V}}_{\mathbf{T}}}_{22 \times 22} \underbrace{\hat{\mathbf{U}}_{\mathbf{T}}^{-1}}_{22 \times 22}) \tag{5.43}$$

wobei

$$\hat{\mathbf{U}}_{\mathbf{T}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \underbrace{u_t(\hat{\Psi})}_{22 \times 22}, \tag{5.44}$$

$$\hat{\mathbf{V}}_{\mathbf{T}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \underbrace{\frac{\partial l_t(\hat{\Psi})}{\partial \Psi}}_{22 \times 1}^T \underbrace{\frac{\partial l_t(\hat{\Psi})}{\partial \Psi}}_{1 \times 22}, \tag{5.45}$$

mit

$$u_t(\hat{\Psi}) = \underbrace{\frac{\partial \mu_t}{\partial \Psi}}_{22 \times 10}^T \underbrace{\Omega_t^{-1}}_{10 \times 10} \underbrace{\frac{\partial \mu_t}{\partial \Psi}}_{10 \times 22} + \frac{1}{2} \underbrace{\frac{\partial \Omega_t}{\partial \Psi}}_{22 \times 100}^T \underbrace{[\Omega_t^{-1} \otimes \Omega_t^{-1}]}_{100 \times 100} \underbrace{\frac{\partial \Omega_t}{\partial \Psi}}_{100 \times 22}. \tag{5.46}$$

³⁰Vgl. hierzu auch die Erläuterungen in Davidson und MacKinnon (2004) S. 410-411.

Der bedingte Erwartungswertvektor $\boldsymbol{\mu}_t$ und die bedingte Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Omega}_t$ werden dabei durch das Kalman-Filter in (5.28) und (5.30) berechnet. Somit ist also der QML-Schätzer $\hat{\boldsymbol{\Psi}}$ normalverteilt mit Erwartungswert $\boldsymbol{\Psi}$ und Varianz $\hat{\mathbf{U}}_{\mathbf{T}}^{-1} \hat{\mathbf{V}}_{\mathbf{T}} \hat{\mathbf{U}}_{\mathbf{T}}^{-1} / T$.³¹

Die Dimensionen der Terme in den Gleichungen (5.43) bis (5.46) kommen folgendermaßen zustande: Dadurch dass der Parametervektor $\boldsymbol{\Psi}$ 22 Einträge hat,³² ist der Gradient $\frac{\partial l_t(\hat{\boldsymbol{\Psi}})}{\partial \boldsymbol{\Psi}} := \nabla_{\boldsymbol{\Psi}} l_t(\hat{\boldsymbol{\Psi}})$ von $l_t(\hat{\boldsymbol{\Psi}})$ ein 1×22 -Zeilenvektor mit partiellen Ableitungen nach den Einträgen von $\boldsymbol{\Psi}$. In Gleichung (5.46) ist $\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_t}{\partial \boldsymbol{\Psi}}$ die partielle Ableitung des 10×1 -Vektors $\boldsymbol{\mu}_t$ nach den Einträgen von $\boldsymbol{\Psi}$, was eine 10×22 -Matrix ergibt. Des Weiteren ist $\frac{\partial \boldsymbol{\Omega}_t}{\partial \boldsymbol{\Psi}}$ die partielle Ableitung der 10×10 -Matrix $\boldsymbol{\Omega}_t$ nach den Einträgen von $\boldsymbol{\Psi}$. Die Dimension 100×22 kommt dabei dadurch zustande, dass die Ableitung nach der Anwendung des *Vec-Operators* auf $\boldsymbol{\Omega}_t$ erfolgt. Der Operator stapelt dabei die Spalten der Matrix $\boldsymbol{\Omega}_t$ übereinander, wobei die erste Spalte ganz oben und die letzte ganz unten steht³³, was insgesamt zu einem 100×1 -Spaltenvektor $\text{vec}(\boldsymbol{\Omega}_t)$ führt.

5.2.1.2 Schätzergebnisse für die Zinsparameter

Die Maximierung der Quasi-Log-Likelihood-Funktion (5.42) für alle drei CIR-Zinsmodelle erfolgte mit dem Simplex-Suchverfahren von Nelder und Mead (1965). Um dem Problem der lokalen Maxima entgegenzutreten, das im Falle des Zwei- und Dreifaktormodells auftrat, wurden die Zielfunktionen 600 bzw. 1000 Mal mit zufällig gewählten Startwerten für den Parametervektor $\boldsymbol{\Psi}$ maximiert. Anschließend wurde für beide Modelle diejenige Parameterkombination als das Maximum ausgewählt, die den höchsten Wert für die jeweilige Zielfunktion lieferte.

Die Tabelle 5.3 zeigt die Schätzwerte der Zinsparameter und die Tabelle 5.4 die Schätzwerte für die Standardabweichungen der Beobachtungsfehler in den Spotrates für alle drei CIR-Modelle mit den dazugehörigen Standardfehlern in Klammern gemäß Bollerslev und Wooldridge (1992) nach den Formeln (5.43) bis (5.46). Alle Schätzwerte haben das erwartete Vorzeichen und eine realistische Größe. Die Standardfehler sind jedoch in den meisten Fällen um ein Vielfaches höher als die Schätzwerte selbst, was darauf hindeutet,

³¹Vgl. Bollerslev und Wooldridge (1992) S. 149.

³²Der Parametervektor $\boldsymbol{\Psi}$ weist im Dreifaktormodell 22 im Zweifaktormodell 18 und im Einfaktormodell 14 Einträge auf.

³³Für diese Matrixoperationen siehe auch Bollerslev und Wooldridge (1992) S. 166.

dass sie statistisch nicht signifikant sind. Die einzige Ausnahme bilden dabei die Volatilitätsparameter σ_i die ein Vielfaches ihrer Standardfehler sind. Diese fehlende statistische Signifikanz ist für empirische Studien jedoch nicht ungewöhnlich³⁴ und stellt in dieser Untersuchung auch kein Problem dar, da die geschätzten Zinsmodelle nicht für Prognosezwecke eingesetzt werden sollen. Die Zinsmodelle sollen vielmehr die Entwicklung der Spotrate-Kurve während der Untersuchungsperiode möglichst exakt widerspiegeln, wobei sie diesen Zweck, wie es der Tabelle 5.5 zu entnehmen ist, ziemlich gut erfüllen.

Die durchschnittliche mittlere absolute Abweichung (MAE³⁵) zwischen den Spotrates am Markt und den Modell-Spotrates über alle zehn Laufzeiten beträgt im Einfaktormodell 4,91 bps. Die Hinzunahme einer weiteren Zustandsvariablen führt zwar zu einer beinahe Halbierung dieser Abweichung auf 2,51 bps, indem sie den Fit am langen Ende der Spotrate-Kurve signifikant verbessert, lässt jedoch den Fit am kurzen Ende mit 14 bps fast unverändert. Erst durch die Hinzunahme einer dritten Zustandsvariablen kann der Fit am kurzen Ende der Kurve signifikant auf 3,96 bps verbessert werden, wodurch sich die durchschnittliche mittlere absolute Abweichung über alle zehn Laufzeiten auf 0,77 bps verringert. Die durchschnittliche mittlere absolute prozentuale Abweichungen (MAPE³⁶) über alle Restlaufzeiten verbessern sich entsprechend von 1,79% im Einfaktormodell auf 1,03% im Zweifaktormodell und schließlich auf 0,30% im Dreifaktormodell.

Eine genauere Analyse der Schätzwerte für die Zinsparameter aus Tabelle 5.3 zeigt, dass in allen drei Zinsmodellen die Summe der langfristigen Erwartungswerte θ_i , wie in vergleichbaren Studien³⁷, ungefähr denselben Wert ergibt. Sie beträgt 1,3% im Einfaktor-, 1,1% im Zweifaktor- und 1,6% im Dreifaktormodell. Diese vergleichsweise niedrigen Werte sind dabei auf die historisch niedrigen Zinsen während der Untersuchungsperiode zurückzuführen.

Die die Geschwindigkeit der „Mean Reversion“ unter dem realen Wahrscheinlichkeitsmaß $\mathbb{P}$ bestimmende Parameter κ_i implizieren eine mittlere Halbwertszeit³⁸ von 2,56 Jahren

³⁴Vgl. hierzu bspw. Chen und Scott (2003) S. 155.

³⁵Mean Absolute Error

³⁶Mean Absolute Percentage Error

³⁷Vgl. hierzu bspw. die Ergebnisse von Chen und Scott (2003) S. 154 in den Tabellen 1 und 2.

³⁸Die mittlere Halbwertszeit des Quadratwurzelprozesses $(X(t))_{t \in T}$ wird als die erwartete Zeitmenge definiert, die dieser benötigt, um die Hälfte des Abstandes zwischen seinem Anfangswert $X(0)$ und seinem langfristigen Erwartungswert θ zurückzulegen. Die Erwartungswertbildung führt gemäß Gleichung (5.4) zu $\mathbb{E}^\mathbb{P}[X(t)] = \theta(1 - e^{-\kappa t}) + e^{-\kappa t} X_0$. Die Gleichsetzung mit dem entsprechenden Niveau $(\theta + X_0)/2$ ergibt schließlich die mittlere Halbwertszeit $t_h = \log(2)/\kappa$ (in Jahren).

Tabelle 5.3: Parameterschätzungen der Zinsmodelle

Parameter	Einfaktor-CIR	Zweifaktor-CIR	Dreifaktor-CIR
κ_1	0,2712 (0,1408)	0,1132 (0,0793)	1,2473 (0,0892)
θ_1	0,0131 (0,1253)	0,0022 (0,0629)	0,0037 (0,1519)
σ_1	0,1659 (0,0127)	0,2549 (0,0174)	0,1562 (0,0680)
λ_1	-0,3933 (0,0933)	-0,2506 (0,0439)	-0,0007 (0,2133)
κ_2		0,4258 (0,0800)	0,5748 (0,0719)
θ_2		0,0083 (0,0823)	0,0078 (0,0951)
σ_2		0,1719 (0,0082)	0,3447 (0,0117)
λ_2		-0,5767 (0,0586)	-0,7706 (0,0604)
κ_3			0,2091 (0,0798)
θ_3			0,0051 (0,0792)
σ_3			0,1356 (0,0103)
λ_3			-0,3543 (0,0382)
LogLikelihood	6331,02	7480,30	7878,93

Diese Tabelle zeigt die Ergebnisse der QML-Schätzung der Parameter der stochastischen Differentialgleichungen (4.8) und (4.12) der latenten Zustandsvariablen für alle drei CIR-Zinsmodelle. Die entsprechenden Standardfehler der Schätzungen nach Bollerslev und Wooldridge (1992) stehen in Klammern.

Tabelle 5.4: Schätzwerte der Standardabweichungen der Beobachtungsfehler

Parameter	Einfaktor-CIR	Zweifaktor-CIR	Dreifaktor-CIR
ρ_1	0,0017 (0,0454)	0,0017 (0,0600)	0,0004 (0,0542)
ρ_2	0,0010 (0,0666)	0,0006 (0,0429)	6E-5 (0,1126)
ρ_3	0,0007 (0,0740)	0,0002 (0,0515)	6E-5 (0,0531)
ρ_4	0,0004 (0,0738)	8E-5 (0,0712)	4E-5 (0,1100)
ρ_5	0,0002 (0,0751)	3E-5 (0,0816)	3E-5 (0,0945)
ρ_6	3E-6 (36,3859)	3E-5 (0,0639)	4E-5 (0,0686)
ρ_7	0,0002 (0,0808)	3E-5 (0,0668)	4E-5 (0,0625)
ρ_8	0,0003 (0,0747)	3E-5 (0,0764)	4E-5 (0,0709)
ρ_9	0,0005 (0,0755)	3E-5 (0,1360)	3E-5 (0,1184)
ρ_{10}	0,0006 (0,0711)	5E-5 (0,0822)	5E-5 (0,0737)

Diese Tabelle zeigt die Ergebnisse der QML-Schätzung für die Standardabweichung der Beobachtungsfehler aus der in Gleichung (5.17) spezifizierten Kovarianzmatrix **RHO**. Die entsprechenden Standardfehler der Schätzungen nach Bollerslev und Wooldridge (1992) stehen in Klammern.

Tabelle 5.5: Fit der Zinsmodelle

Laufzeit in Jahren	Einfaktor-CIR		Zweifaktor-CIR		Dreifaktor-CIR	
	MAE in bps	MAPE in %	MAE in bps	MAPE in %	MAE in bps	MAPE in %
1	15,55	6,98	14,01	6,25	3,96	1,79
2	8,54	3,48	5,92	2,40	0,39	0,17
3	5,69	2,10	2,21	0,81	0,67	0,25
4	3,79	1,27	0,72	0,24	0,43	0,15
5	1,85	0,58	0,32	0,10	0,32	0,11
6	0,00	0,00	0,37	0,11	0,41	0,12
7	1,61	0,44	0,40	0,11	0,43	0,12
8	2,95	0,78	0,37	0,10	0,36	0,10
9	4,08	1,04	0,25	0,07	0,26	0,07
10	5,02	1,24	0,49	0,12	0,48	0,12
Durchschnitt	4,91	1,79	2,51	1,03	0,77	0,30

Diese Tabelle zeigt den Fit der drei CIR-Modelle an die gegebenen Zinsdaten. MAE steht dabei für die mittlere absolute Abweichung zwischen Markt- und Modellzinssätzen in bps. MAPE steht für die entsprechende mittlere absolute prozentuale Abweichung in %.

im Einfaktormodell, 6,12 Jahren für den ersten Faktor bzw. 1,63 Jahren für den zweiten Faktor im Zweifaktormodell und schließlich 0,56 Jahren für den ersten, 1,21 Jahren für den zweiten und 3,31 Jahren für den dritten Faktor im Dreifaktormodell. Des Weiteren ist die im Abschnitt 4.3 diskutierte Bedingung $2\kappa\theta \geq \sigma^2$ in keinem Modell von keinem einzigen Prozess erfüllt. Dies bedeutet, dass die Prozesse mit einer positiven Wahrscheinlichkeit den Ursprung erreichen können, von welchem sie dann anschließend wieder in den positiven Wertebereich zurückkehren.

Das negative Vorzeichen sämtlicher Schätzwerte für den Parameter λ_i , welcher in die Spezifikation des Marktpreis des Risikos in (4.11) einfließt, deutet darauf hin, dass sämtliche Faktoren eine positive Prämie für das Zinsänderungsrisiko in risikofreien Zerobonds tragen. Dies lässt sich am einfachsten am Beispiel des Einfaktormodells zeigen. In diesem Fall entspricht die Shortrate $r(t) = X_1(t)$ und die infinitesimale erwartete Rendite eines risikofreien Zerobonds $P(t, \tau, r(t))$ aus (5.12) unter dem realen Wahrscheinlichkeitsmaß $\mathbb{P}$ ist gegeben durch³⁹

$$\mu_P^{\mathbb{P}}(t) = r(t) + \frac{\lambda r(t) P_r}{P} = r(t) - \lambda r(t) B(\tau), \quad (5.47)$$

wobei P_r die partielle Ableitung des Zerobonds nach der Shortrate und $B(\tau)$ die Funktion aus der Bewertungsformel (5.12) bezeichnet. Da $B(\tau)$ positiv sein muss, damit der Zerobondpreis monoton fallend in der Shortrate ist, kann die instantane Risikoprämie $-\lambda r(t) B(\tau)$ nur dann positiv sein, wenn λ negativ ist.

³⁹Vgl. Cox, Ingersoll und Ross (1985) S. 393-394.

Bei der Untersuchung der Schätzwerte für die Standardabweichungen der Beobachtungsfehler in Tabelle 5.4 fällt auf, dass die Standardabweichung mit der Hinzunahme eines zusätzlichen Faktors im Durchschnitt über alle zehn Restlaufzeiten abnimmt.⁴⁰ Für die Restlaufzeiten von fünf bis zehn Jahren ist der Unterschied zwischen dem Zwei- und Dreifaktormodell jedoch vernachlässigbar; die Verringerung findet am kurzen Ende statt. Im Dreifaktormodell führt dies insgesamt dazu, dass die im Einfaktormodell beobachtbare V-Gestalt der Standardabweichungen fast vollständig abflacht.

Im Folgenden wird die Rolle der geschätzten Zeitreihen der Faktoren $\hat{X}_{t|t,i}$ und ihrer Faktorladungen eingehend untersucht. Die Faktorladung ist dabei der Koeffizient $B_i(\tau)/\tau$ aus Gleichung (5.16), hier noch einmal wiedergegeben,

$$R_\tau(t) = \sum_{i=1}^3 \frac{-A_i(\tau)}{\tau} + \sum_{i=1}^3 \frac{B_i(\tau)}{\tau} X_i(t),$$

mit welchem der entsprechende Faktor X_i die Spotrate R_τ für die Restlaufzeit τ beeinflusst. Die zehn verschiedenen Faktorladungen $(\frac{B_i(\tau_1)}{\tau_1}, \dots, \frac{B_i(\tau_{10})}{\tau_{10}})^T$ für die zehn verfügbaren Restlaufzeiten sind dabei gerade die Elemente der i -ten Spalte der Matrix $\mathbf{H}$ der Beobachtungsgleichung (5.9).

Im Einfaktor-CIR-Modell liegen alle zehn Faktorladungen der einzigen Zustandsvariablen X_1 zwischen 1,05 und 1,2, sodass diese auf alle zehn Spotrates ungefähr denselben Einfluss ausübt. Da in diesem Modell diese einzige Zustandsvariable die Shortrate selbst darstellt, liegt die Vermutung nahe, dass sie mit der Spotrate der kürzesten Restlaufzeit R_{τ_1} zusammenhängt.⁴¹ Da im Einfaktormodell alle Spotrates als affin-lineare Transformationen derselben einzigen Variablen X_1 angenommen werden, sind folglich alle Modell-Spotrates perfekt miteinander korreliert. Diese unrealistische Modellannahme ist auch der Grund für den in der Tabelle 5.5 diagnostizierten schlechten Fit des Modells im Vergleich zu den beiden Mehrfaktormodellen.

Im Zweifaktor-CIR-Modell wird diese rigide Annahme gelockert. Die geschätzten Zeitreihen der beiden Faktoren $\hat{X}_{t|t,1}$ und $\hat{X}_{t|t,2}$ sind im oberen rechten Graphen der Abbildung 5.1 wiedergegeben. Die beiden entsprechenden Faktorladungen $B_1(\tau)/\tau$ und $B_2(\tau)/\tau$ sind im oberen linken Graphen in Abhängigkeit der Restlaufzeit τ abgebildet. Analog zu verwandten Studien⁴² hat der erste Faktor einen mit der Restlaufzeit abnehmenden Einfluss

⁴⁰Vgl. hierzu auch die Ergebnisse von Geyer und Pichler (1999) S. 116.

⁴¹Vgl. hierzu auch die Ergebnisse von Geyer und Pichler (1999) S. 117 und 118.

⁴²Vgl. die Resultate von Geyer und Pichler (1999) S. 118-119 und Chen und Scott (2003) S. 156-157.

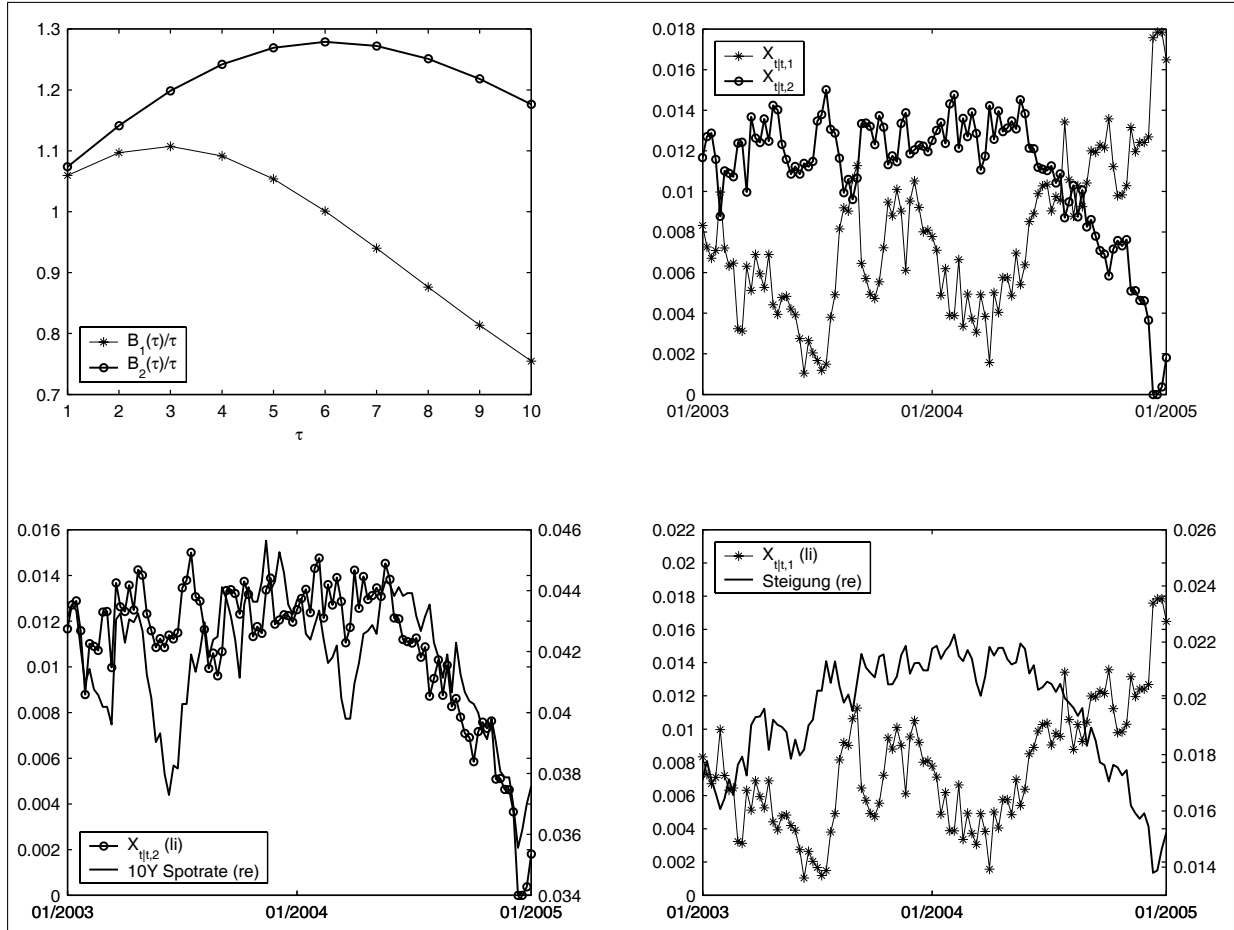


Abbildung 5.1: Faktoren und ihre Ladungen im Zweifaktor-CIR-Modell

Diese Abbildung präsentiert für das Zweifaktor-CIR-Modell die zwei Faktoren $\hat{X}_{t|t,1}$ und $\hat{X}_{t|t,2}$ (rechts oben) mit ihren entsprechenden Faktorladungen $B_1(\tau)/\tau$ und $B_2(\tau)/\tau$ (links oben). Die Abbildung illustriert den Zusammenhang zwischen den einzelnen Faktoren und dem Niveau (links unten) und der Steigung (rechts unten) der Spotrate-Kurve.

auf die Spotrates während der zweite Faktor einen fast konstanten Effekt auf alle Spotrates hat. Analog zu Geyer und Pichler (1999) und Chen und Scott (2003) liegt auch hier die Vermutung nahe, dass dieser zweite Faktor mit dem allgemeinen Niveau der Spotrate-Kurve zusammenhängt. Der untere linke Graph der Abbildung 5.1 veranschaulicht diese Beziehung, indem er die Zeitreihe des zweiten Faktors dem Verlauf der zehnjährigen Spotrate⁴³ gegenüberstellt. Der Korrelationskoeffizient zwischen beiden Zeitreihen ist 0,70. Der erste Faktor $\hat{X}_{t|t,1}$ mit dem abnehmenden Einfluss steht in Beziehung mit der Steigung der Spotrate-Kurve, die als die Differenz der zehnjährigen und einjährigen Spotrate definiert ist. Beide Zeitreihen sind im unteren rechten Graphen der Abbildung 5.1 wiedergegeben. Der entsprechende Korrelationskoeffizient beträgt -0,52.

Im Dreifaktor-CIR-Modell, dessen Faktoren und Ladungen in den beiden oberen Graphen der Abbildung 5.2 wiedergegeben sind, spielt der erste Faktor dieselbe Rolle wie der erste

⁴³Die Spotrate mit der längsten verfügbaren Restlaufzeit soll dabei wie in Geyer und Pichler (1999) S. 119 das allgemeine Niveau der Spotrate-Kurve widerspiegeln.

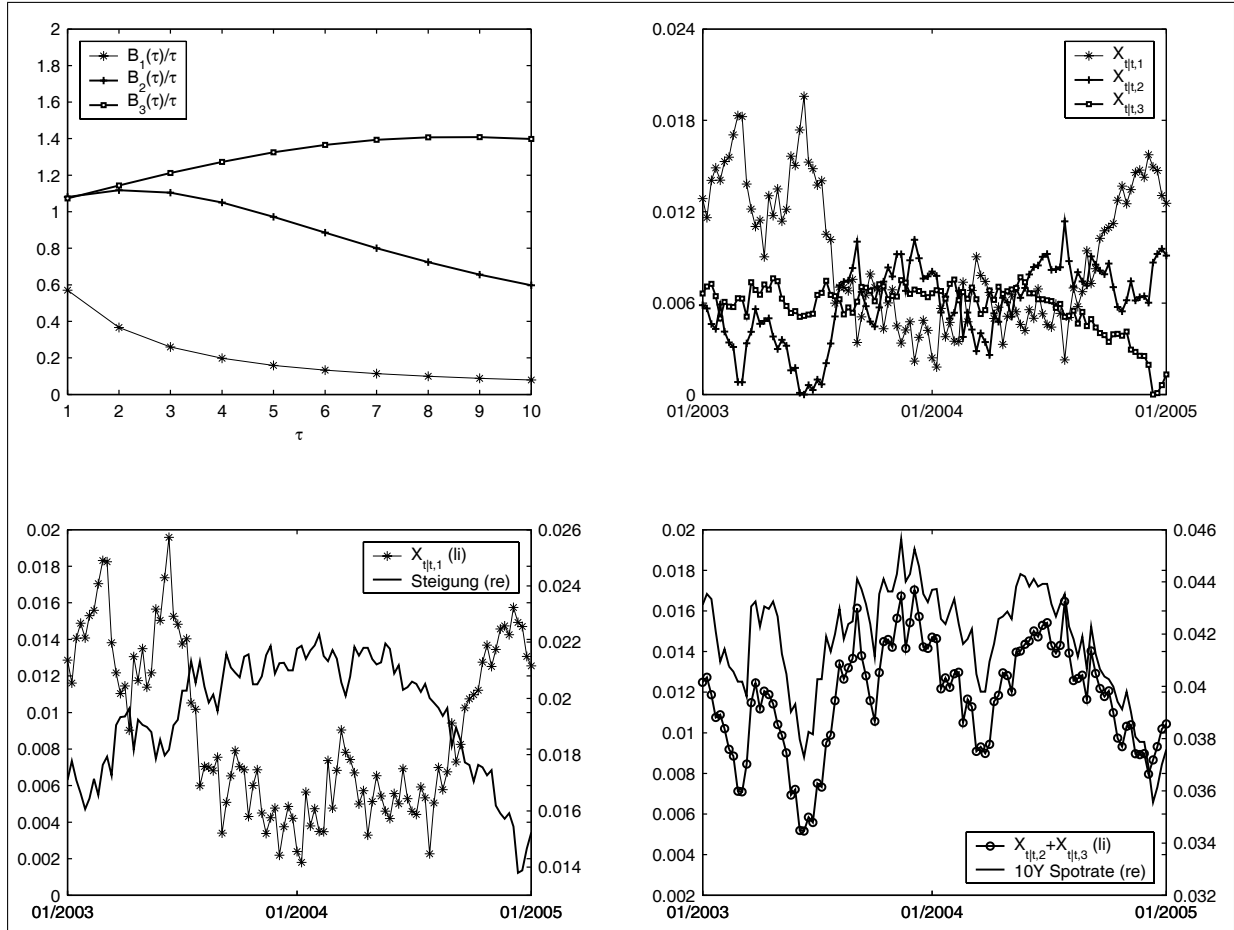


Abbildung 5.2: Faktoren und ihre Ladungen im Dreifaktor-CIR-Modell

Diese Abbildung präsentiert für das Dreifaktor-CIR-Modell die drei Faktoren $\hat{X}_{t|t,1}$, $\hat{X}_{t|t,2}$ und $\hat{X}_{t|t,3}$ (rechts oben) mit ihren entsprechenden Faktorladungen $B_1(\tau)/\tau$, $B_2(\tau)/\tau$ und $B_3(\tau)/\tau$ (links oben). Die Abbildung illustriert den Zusammenhang zwischen den einzelnen Faktoren und dem Niveau (rechts unten) und der Steigung (links unten) der Spotrate-Kurve.

Faktor im Zweifaktormodell. Sein Einfluss auf die Spotrates nimmt mit der Restlaufzeit deutlich ab und steht somit mit der Steigung der Kurve in Zusammenhang, wie dies im unteren linken Graphen veranschaulicht ist. Der entsprechende Korrelationskoeffizient liegt bei -0,81. Der Einfluss des zweiten Faktors nimmt mit der Restlaufzeit ab, und der Einfluss des dritten Faktors nimmt mit der Restlaufzeit zu, verändert sich jedoch ab der siebenjährigen Restlaufzeit kaum noch. Diese beiden Faktoren bestimmen zusammen das allgemeine Niveau der Spotrate-Kurve.⁴⁴ Der untere rechte Graph der Abbildung 5.2 zeigt die Zeitreihe der Summe dieser beiden Faktoren im Vergleich mit der zehnjährigen Spotrate. Der Korrelationskoeffizient beträgt 0,84. Analog zu den Resultaten von Chen und Scott (2003)⁴⁵ weist der zweite Faktor, wie im oberen rechten Graphen zu beobachten, eine höhere Volatilität als der dritte Faktor auf. Das Zusammenspiel dieser beiden Faktoren bestimmt die Krümmung der Spotrate-Kurve und die Volatilität der Spotrates.

⁴⁴Vgl. auch die Resultate von Chen und Scott (2003) S. 156.

⁴⁵Vgl. Chen und Scott (2003) S. 156 und 159.

5.2.2 Schätzung der Intensitätsparameter mit der Inversionsmethode

5.2.2.1 Spezifikation der Inversionsmethode

Die Inversionsmethode wurde bereits von Chen und Scott (1993) und Pearson und Sun (1994) zur Kalibrierung von Zinsstrukturmodellen eingesetzt. Der Methode liegt die Annahme zugrunde, dass in einem n -Faktor-Modell n Marktpreise fehlerfrei und m zusätzliche Marktpreise mit einem gewissen Fehler beobachtet werden. Die m zusätzlichen Beobachtungen sorgen dafür, dass die insgesamt $n + m$ verwendeten Datenpunkte die Kurve möglichst ganzheitlich abbilden und somit zu möglichst aussagekräftigen Parameterschätzern führen. Dabei werden aus den n fehlerfreien Beobachtungen die n Zustandsvariablen invertiert und in die m fehlerhaften Beobachtungen eingesetzt, wodurch die zusätzliche Information dieser m Punkte in die Kalibrierung mit einfließt. Der Unterschied zum Kalman-Filter besteht also darin, dass Fehler nicht in allen, sondern nur in m der $n+m$ verwendeten Beobachtungen berücksichtigt werden. Die Schätzung der Parameter selbst erfolgt wie im Falle des Kalman-Filters mit der (Q)ML-Methode.

Für die vorliegende Problemstellung der Schätzung der Intensitätsparameter werden die Ergebnisse der Zinsparameterschätzung aus dem Unterabschnitt 5.2.1.2, d.h. die Schätzwerte für die Zinsparameter aus der Tabelle 5.3 und die Schätzwerte für die Zeitreihen der drei Faktoren als gegeben vorausgesetzt. Dies führt insgesamt auf ein Einfaktormodell mit der unternehmensspezifischen Zustandsvariablen $Z(t)$, die einem Quadratwurzelprozess gemäß (4.9) bzw. (4.13) folgt. Somit muss gemäß obiger Ausführungen einer der sechs verfügbaren CDS Spreads als Inversionspunkt ausgewählt werden. Da der fünfjährige Kontrakt der bei Weitem am meisten gehandelte ist, wird im Folgenden analog zu Zhang (2008) angenommen, dass der fünfjährige CDS Spread fehlerfrei beobachtet wird. Des Weiteren wird, um die CDS-Kurve möglichst ganzheitlich abzudecken, angenommen, dass die ein-, drei- und zehnjährigen CDS Spreads mit einem gewissen Beobachtungsfehler behaftet sind. Es wird vorausgesetzt, dass diese drei Fehler $\boldsymbol{\nu}_t = (\nu_t^1, \nu_t^3, \nu_t^{10})^T$ Gaußsches Weißes Rauschen darstellen, d.h.

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\nu}(t)] = \mathbf{0} \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (5.48)$$

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\nu}(t)\boldsymbol{\nu}(s)^T] = \begin{cases} \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{\nu}}, & \text{falls } t = s; \\ \mathbf{0}, & \text{sonst;} \end{cases} \quad \forall s, t \in \mathcal{T}. \quad (5.49)$$

Somit haben die Beobachtungsfehler einen Erwartungswert von Null, sind nicht autokorreliert und sind gemeinsam normalverteilt mit der konstanten 3×3 -Kovarianzmatrix $\mathbf{\Omega}_\nu$. Um die Invertierbarkeit der Kovarianzmatrix $\mathbf{\Omega}_\nu$ zu gewährleisten, soll sie die Cholesky-Zerlegung $\mathbf{\Omega}_\nu = \mathbf{C}\mathbf{C}^T$ erfüllen, wobei $\mathbf{C}$ eine untere 3×3 -Dreiecksmatrix mit von Null verschiedenen Elementen $C_{11}, C_{21}, C_{22}, C_{31}, C_{32}, C_{33}$ bezeichnet.

Die Likelihood-Funktion unter Einbeziehung der vier CDS Spreads in Abhängigkeit des zu schätzenden Parametervektors

$$\mathbf{\Psi}_{CDS} = (\Lambda_0, \Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3, \kappa_z, \theta_z, \sigma_z, \lambda_z, C_{11}, C_{21}, C_{22}, C_{31}, C_{32}, C_{33})^T \quad (5.50)$$

ergibt sich somit als

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CDS}(\mathbf{\Psi}_{CDS}) &= f(CDS^5(t_2), CDS^5(t_3), \dots, CDS^5(t_{106}) | CDS^5(t_1)) \\ &\times \prod_{t=2}^{T=106} (2\pi)^{-\frac{3}{2}} |\mathbf{\Omega}_\nu|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \boldsymbol{\nu}_t^T \mathbf{\Omega}_\nu^{-1} \boldsymbol{\nu}_t\right\} \\ &= \prod_{t=2}^{T=106} f(CDS^5(t) | CDS^5(t-1)) \times \prod_{t=2}^{T=106} (2\pi)^{-\frac{3}{2}} |\mathbf{\Omega}_\nu|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \boldsymbol{\nu}_t^T \mathbf{\Omega}_\nu^{-1} \boldsymbol{\nu}_t\right\}, \end{aligned}$$

wobei $CDS^5(t_n)$ den am Markt fehlerfrei beobachteten fünfjährigen CDS Spread zum Zeitpunkt t_n bezeichnet. Das zweite Gleichheitszeichen ergibt sich des Weiteren aus der Markov-Eigenschaft des Prozesses $Z(t)$.⁴⁶

Da die CDS-Bewertungsformel (4.19) streng monoton in $Z(t)$ ist, kann die bedingte Dichtefunktion $f(CDS^5(t) | CDS^5(t-1))$ mithilfe des Dichtetransformationssatzes dargestellt werden als⁴⁷

$$f(CDS^5(t) | CDS^5(t-1)) = f_z(Z(t) | Z(t-1)) \frac{1}{|J_t|}, \quad (5.51)$$

wobei $|J_t|$ den Absolutwert des Jacobi-Terms der Transformation zum Zeitpunkt t bezeichnet, d.h. den Absolutwert der partiellen Ableitung der CDS-Bewertungsformel (4.19) in $\tau = 5$ nach $Z(t)$. Die technischen Details zu J_t befinden sich im Anhang A.3. Das Einsetzen der Dichtetransformation (5.51) in die Likelihood-Funktion $\mathcal{L}_{CDS}$ und ihre Logarithmierung ergibt

$$\begin{aligned} \mathcal{LL}_{CDS}(\mathbf{\Psi}_{CDS}) &= \sum_{t=2}^T \log f_z(Z(t) | Z(t-1)) - \sum_{t=2}^T \log(|J_t|) \\ &- \frac{3(T-1)}{2} \log(2\pi) - \frac{T-1}{2} \log(|\mathbf{\Omega}_\nu|) - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^T \boldsymbol{\nu}_t^T \mathbf{\Omega}_\nu^{-1} \boldsymbol{\nu}_t. \end{aligned} \quad (5.52)$$

⁴⁶Vgl. Pearson und Sun (1994) S. 1287.

⁴⁷Vgl. das Vorgehen in Zhang (2008) S. 44 und die ausführliche Diskussion in Davidson und MacKinnon (2004) S. 438-439.

Um die Rechenzeit bei der Maximierung innerhalb praktikabler Grenzen zu halten, wird - wie im Falle der Zinskalibrierung - nicht die exakte Dichtefunktion $f_z(Z(t)|Z(t-1))$ selbst verwendet, sondern durch die Dichtefunktion der Normalverteilung approximiert. Somit ergibt sich schließlich für die logarithmierte Quasi-Likelihood-Funktion⁴⁸

$$\begin{aligned} \mathcal{QLL}_{CDS}(\Psi_{CDS}) = & -\frac{T-1}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^T \log Q_z(t) \\ & - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^T \frac{[Z(t) - \mu_z(t)]^2}{Q_z(t)} - \sum_{t=2}^T \log(|J_t|) \\ & - \frac{3(T-1)}{2} \log(2\pi) - \frac{T-1}{2} \log(|\Omega_\nu|) - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^T \nu_t^T \Omega_\nu^{-1} \nu_t, \end{aligned} \quad (5.53)$$

mit dem bedingten Erwartungswert und der bedingten Varianz von $Z(t)$

$$\mu_z(t) = \mathbb{E}^\mathbb{P}[Z(t)|Z(t-1)] = \theta_z(1 - e^{-\kappa_z \Delta t}) + e^{-\kappa_z \Delta t} Z(t-1), \quad (5.54)$$

$$Q_z(t) = \text{Var}^\mathbb{P}[Z(t)|Z(t-1)] = \frac{\theta_z \sigma_z^2}{2\kappa_z} (1 - e^{-\kappa_z \Delta t})^2 + \frac{\sigma_z^2}{\kappa_z} (e^{-\kappa_z \Delta t} - e^{-2\kappa_z \Delta t}) Z(t-1). \quad (5.55)$$

Der letzte Schritt der CDS-Kalibrierung besteht schließlich darin, für jedes der 29 Unternehmen die QML-Funktion (5.53) nach dem Parametervektor Ψ_{CDS} zu maximieren und zusätzlich die entsprechende Zeitreihe der unternehmensspezifischen Zustandsvariablen $Z(t)$ zu berechnen.

5.2.2.2 Schätzergebnisse für die Intensitätsparameter

Da die Maximierung der QML-Funktion (5.53) mit üblichen Suchalgorithmen sich als nicht zielführend erwies, wurde eine iterative simulierte QML-Prozedur ähnlich wie in Saita (2006) und Anderson (2008) verwendet. Dazu wurde im Dreifaktormodell die Summe der MAEs der ein-, drei- und zehnjährigen Kontraktlaufzeiten in Abhängigkeit des Parametervektors⁴⁹ $\Psi_{CDS} = (\kappa_z, \theta_z, \sigma_z, \lambda_z, \Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3)$ mithilfe eines mehrstufigen Gittersuchverfahrens minimiert. Um die Dimension des Gitters zu reduzieren, wurde dabei der Parameter $\Lambda_0 = 0$ gesetzt. Des Weiteren wurden im Suchverfahren, um ökonomisch implausible negative Werte für $Z(t)$ zu vermeiden, Parameterkombinationen, die zu negativen Werten für $Z(t)$ führten, ausgeschlossen. Das Suchverfahren wurde angehalten sobald die Summe der drei MAEs um nicht mehr als $\varepsilon = 10^{-4}$ bps reduziert werden konnte, was zu den gesuchten Schätzwerten für Ψ_{CDS} führte.

⁴⁸Vgl. Zhang (2008) S. 44 und 53.

⁴⁹Im Einfaktormodell ist der Parametervektor $\Psi_{CDS} = (\kappa_z, \theta_z, \sigma_z, \lambda_z, \Lambda_1)$ und im Zweifaktormodell $\Psi_{CDS} = (\kappa_z, \theta_z, \sigma_z, \lambda_z, \Lambda_1, \Lambda_2)$.

Die Tabellen 5.6 bis 5.8 zeigen jeweils die resultierenden Schätzwerte für die Intensitätsparameter der drei Kreditmodelle. Im Einfaktormodell haben alle Schätzwerte für den „Mean Reversion“-Parameter κ_z das erwartete positive Vorzeichen. Im Zwei- und Dreifaktormodell weisen jedoch vier bzw. sieben Unternehmen einen negativen Wert auf, d.h. in diesen Fällen ist der Prozess für $Z(t)$ unter dem W-Maß $\mathbb{P}$ „mean-fleeing“ statt „mean-reverting“. Es ist jedoch zu beachten, dass alle diese negativen Werte fast Null sind, sodass diese Eigenschaft nur sehr schwach ausgeprägt ist.

Die Schätzwerte für den langfristigen Erwartungswert θ_z sind meist positiv. Die Ausnahme bilden ein Unternehmen im Einfaktormodell und fünf bzw. sieben im Zwei- bzw. Dreifaktormodell. Diese negativen Schätzwerte sind in den meisten Fällen jedoch sehr nahe bei Null, d.h. betragsmäßig kleiner als 1%. Die im Allgemeinen sehr geringen Schätzwerte für den langfristigen Erwartungswert sind, wie bereits im Falle der Zinsparameter, auf die historisch niedrigen CDS Spreads während der Untersuchungsperiode zurückzuführen.

Die Schätzwerte für den Volatilitätsparameter σ_z bewegen sich in allen drei Modellen in einer realistischen Größenordnung. Die Schätzwerte für den Parameter des Marktpreis des Risikos λ_z haben in allen drei Modellen das erwartete negative Vorzeichen, sodass der Prozess $Z(t)$ eine positive Risikoprämie für Fluktuationen der risikoneutralen Ausfallintensität $h(t)$ trägt. Dies lässt sich analog zu der in Gleichung (5.47) dargestellten Zinsrisikoprämie für ausfallrisikofreie Zerobonds herleiten.

Die Vorzeichen der Schätzwerte für die Parameter Λ_i , die die Korrelation zwischen dem Shortrateprozess und dem Intensitätsprozess erfassen, sind nicht, wie theoretisch zu vermuten wäre, immer negativ. Im Einfaktormodell ist der Schätzwert für Λ_1 für lediglich sieben der insgesamt 29 Unternehmen negativ. Im Zweifaktormodell sind für neun Unternehmen beide Korrelationsparameter negativ und für zehn Unternehmen beide Parameter positiv. Für die restlichen zehn Unternehmen ist der Schätzwert für Λ_1 stets negativ und der für Λ_2 stets positiv. Somit ergibt sich für die Ausfallintensität dieser zehn Unternehmen, wenn man die Ergebnisse aus Unterabschnitt 5.2.1.2 in Betracht zieht, ein positiver Zusammenhang sowohl mit dem Niveau als auch mit der Steigung der Spotrate-Kurve. Im Dreifaktormodell sind für vier Unternehmen alle drei Korrelationsparameter negativ und für neun Unternehmen alle drei Parameter positiv. Für die restlichen 16 Unternehmen ergibt sich ein sehr gemischtes Bild.

Wie gut die drei Kreditmodelle in der Lage sind, die CDS Spreads am Markt wiederzugeben, illustrieren die Tabellen 5.9 bis 5.11. Die durchschnittliche mittlere absolute Abwei-

Tabelle 5.6: Schätzwerte für die Intensitätsparameter im Einfaktor-Kreditmodell

Unternehmen	κ_z	θ_z	σ_z	λ_z	Λ_1
Abbey National	0,0112	0,0153	0,2001	-0,3996	0,0339
Allianz	0,0372	0,0036	0,1643	-0,2206	0,2003
Allied Domecq	0,0483	0,0661	0,2302	-0,1198	-0,2099
Arcelor	0,0302	0,0067	0,1326	-0,1039	0,3999
Hypo-Vereinsbank	0,0152	0,0141	0,1967	-0,3721	0,0999
BAT	0,0252	0,0132	0,0801	-0,0100	0,5460
Carrefour	0,1736	0,0102	0,2721	-0,3818	-0,1349
Casino Guichard	0,2326	0,0349	0,0301	-0,2274	-0,7883
Commerzbank	0,2320	0,0004	0,1751	-0,5158	0,1626
St. Gobain	0,0160	0,0183	0,1601	-0,1201	0,2383
DaimlerChrysler	0,2323	0,0099	0,3096	-0,4353	0,3797
Danone	0,0158	0,0099	0,1801	-0,3281	0,0322
Deutsche Bank	0,0510	0,0029	0,2075	-0,3701	0,0999
France Télécom	0,0521	0,0243	0,1602	-0,1316	0,3004
Gallaher	0,1157	0,0314	0,2807	-0,2358	-0,1998
Iberdrola	0,0227	0,0152	0,1601	-0,1825	0,0938
ING	0,0216	0,0076	0,2000	-0,3800	0,0406
Investor	0,0385	0,0083	0,1601	-0,1509	0,2650
KPN	0,1125	0,0093	0,2121	-0,2605	0,1957
Lafarge	0,1253	0,0273	0,2520	-0,2720	-0,2799
LVMH	0,0018	-0,0160	0,1030	-0,0722	0,3869
Repsol	0,1351	0,0049	0,1601	-0,1752	0,2877
Rolls-Royce	0,0566	0,0035	0,1033	-0,1107	0,3997
RWE	0,1196	0,0046	0,1601	-0,2616	0,0998
Telefónica	0,0857	0,0249	0,2149	-0,2161	-0,0999
Vattenfall	0,0599	0,0052	0,1600	-0,2151	0,1821
Vodafone	0,0400	0,0576	0,2128	-0,1510	-0,1670
Volvo	0,0177	0,0140	0,1631	-0,1240	0,2359
Wolters Kluwer	0,0448	0,0226	0,1234	-0,0105	0,2717

Diese Tabelle zeigt die Schätzwerte für die Intensitätsparameter im Kreditmodell mit nur einer latenten Zustandsvariablen $X_1(t)$, wobei der risikoneutrale Intensitätsprozess des Unternehmens j als

$$h_j(t) = \Lambda_{1,j}[X_1(t) - \bar{X}_1] + Z_j(t)$$

spezifiziert wird. Die unternehmensspezifische Zustandsvariable $Z_j(t)$ des Unternehmens j folgt dabei unter dem realen Wahrscheinlichkeitsmaß $\mathbb{P}$ einem Quadratwurzelprozess

$$dZ_j(t) = \kappa_{z,j}(\theta_{z,j} - Z_j(t))dt + \sigma_{z,j}\sqrt{Z_j(t)}dW_{z,j}^{\mathbb{P}}(t).$$

Tabelle 5.7: Schätzwerte für die Intensitätsparameter im Zweifaktor-Kreditmodell

Unternehmen	κ_z	θ_z	σ_z	λ_z	Λ_1	Λ_2
Abbey National	0,0187	0,0089	0,2000	-0,4261	-0,0200	0,0219
Allianz	0,0844	0,0015	0,1751	-0,2786	0,1149	0,1999
Allied Domecq	0,2034	0,0211	0,2140	-0,3084	-0,4327	-0,4171
Arcelor	0,0023	-0,0227	0,1251	-0,0656	0,2301	0,4599
Hypo-Vereinsbank	0,0111	0,0051	0,1942	-0,3462	0,0999	0,1999
BAT	0,2868	0,0182	0,2301	-0,3742	-0,2513	-0,3999
Carrefour	0,1185	0,0171	0,2644	-0,3389	-0,1837	-0,1998
Casino Guichard	0,2168	0,0353	0,0400	-0,1983	-0,3349	-0,7000
Commerzbank	0,1290	-0,0001	0,1726	-0,3986	0,1098	0,2151
St. Gobain	-0,0042	0,0051	0,1370	-0,0898	0,0000	0,2996
DaimlerChrysler	0,0606	0,0055	0,1659	-0,0673	0,1064	1,0300
Danone	-0,0140	0,0019	0,1601	-0,3001	-0,1629	0,0866
Deutsche Bank	0,0147	0,0053	0,2001	-0,3701	-0,0057	0,0999
France Télécom	0,0496	0,0096	0,1546	-0,1290	-0,1999	0,5093
Gallaher	0,1286	0,0456	0,2056	-0,2261	-0,5573	-0,5555
Iberdrola	0,0067	0,0082	0,1521	-0,1776	-0,1375	0,1585
ING	0,0089	0,0054	0,1671	-0,3001	0,0664	0,0980
Investor	-0,0299	0,0030	0,1076	-0,0301	0,1381	0,3882
KPN	0,0111	0,0082	0,1899	-0,1591	-0,1411	0,4401
Lafarge	0,3649	0,0090	0,2674	-0,5526	-0,3679	-0,2699
LVMH	0,0269	-0,0061	0,1465	-0,1801	-0,0699	0,3299
Repsol	0,1131	0,0011	0,0741	-0,0943	0,1001	0,3999
Rolls-Royce	0,0054	-0,0151	0,1074	-0,0629	0,0401	0,4499
RWE	0,0259	0,0036	0,1345	-0,1340	-0,0577	0,2327
Telefónica	0,1882	0,0180	0,2239	-0,3655	-0,3949	-0,3599
Vattenfall	0,0824	-0,0014	0,1201	-0,2281	-0,0383	0,2799
Vodafone	0,1182	0,0243	0,2198	-0,2681	-0,2999	-0,2916
Volvo	-0,0081	0,0092	0,1671	-0,1301	-0,0999	0,2899
Wolters Kluwer	0,1027	0,0231	0,2301	-0,1714	-0,0447	-0,0385

Diese Tabelle zeigt die Schätzwerte für die Intensitätsparameter im Kreditmodell mit zwei latenten Zustandsvariablen $X_1(t)$ und $X_2(t)$, wobei der risikoneutrale Intensitätsprozess des Unternehmens j als

$$h_j(t) = \Lambda_{1,j}[X_1(t) - \bar{X}_1] + \Lambda_{2,j}[X_2(t) - \bar{X}_2] + Z_j(t)$$

spezifiziert wird. Die unternehmensspezifische Zustandsvariable $Z_j(t)$ des Unternehmens j folgt dabei unter dem realen Wahrscheinlichkeitsmaß $\mathbb{P}$ einem Quadratwurzelprozess

$$dZ_j(t) = \kappa_{z,j}(\theta_{z,j} - Z_j(t))dt + \sigma_{z,j}\sqrt{Z_j(t)}dW_{z,j}^{\mathbb{P}}(t).$$

Tabelle 5.8: Schätzwerte für die Intensitätsparameter im Dreifaktor-Kreditmodell

Unternehmen	κ_z	θ_z	σ_z	λ_z	Λ_1	Λ_2	Λ_3
Abbey National	0,0240	0,0050	0,1910	-0,4331	0,0034	-0,0167	0,1199
Allianz	-0,0041	0,0031	0,1610	-0,1928	0,0757	0,0399	0,5607
Allied Domecq	0,1123	0,0228	0,2281	-0,1968	-0,0741	-0,0890	-0,1854
Arcelor	0,0058	-0,0139	0,1071	-0,0573	0,0099	0,1190	1,0999
Hypo-Vereinsbank	0,0021	0,0021	0,1935	-0,3259	0,1631	0,1765	0,3699
BAT	0,2034	0,0277	0,2388	-0,3104	0,2569	-0,3105	-0,5821
Carrefour	0,0801	0,0258	0,2800	-0,3168	0,1064	-0,1579	-0,1950
Casino Guichard	0,2118	0,0227	0,0503	-0,1999	-0,1501	-0,0332	-0,8568
Commerzbank	0,0731	-0,0020	0,1554	-0,2999	0,1699	0,1319	0,5501
St. Gobain	0,0141	0,0063	0,1108	-0,0788	-0,0933	-0,0448	0,8920
DaimlerChrysler	0,1809	0,0215	0,3611	-0,4571	0,3969	0,1578	-0,0598
Danone	-0,0689	0,0020	0,1222	-0,1606	0,0189	-0,0658	0,5875
Deutsche Bank	-0,0105	0,0059	0,1730	-0,2727	0,0819	0,0293	0,4311
France Télécom	0,0400	0,0334	0,1361	-0,0847	-0,2599	-0,0999	1,0999
Gallaher	0,0555	0,0595	0,2852	-0,2103	-0,1366	-0,1621	-0,2195
Iberdrola	0,0075	0,0195	0,1384	-0,1611	-0,0299	-0,1245	0,6904
ING	0,0036	-0,0049	0,1583	-0,2811	0,1204	0,0568	0,2316
Investor	0,0321	-0,0009	0,1050	-0,0969	0,0839	0,0971	0,8499
KPN	0,0796	0,0131	0,2001	-0,2722	0,0499	-0,2616	1,2846
Lafarge	0,1651	0,0110	0,2301	-0,2939	-0,0999	0,0674	-0,1311
LVMH	-0,0023	-0,0004	0,0925	-0,0725	-0,0924	-0,0723	1,2798
Repsol	0,0606	0,0069	0,0779	-0,0662	-0,0163	-0,0883	1,1999
Rolls-Royce	-0,0249	-0,0081	0,1012	-0,0292	0,0501	0,0109	1,1949
RWE	0,0452	0,0054	0,1321	-0,1578	0,0256	-0,0883	0,7899
Telefónica	0,0664	0,0341	0,2233	-0,2268	-0,0696	-0,1291	-0,1699
Vattenfall	-0,0281	0,0003	0,1177	-0,1285	0,0349	-0,0174	0,7381
Vodafone	0,0865	0,0075	0,1641	-0,3072	0,0384	-0,3197	1,0767
Volvo	-0,0219	-0,0106	0,1177	-0,0503	-0,0201	-0,1510	1,1999
Wolters Kluwer	0,0529	0,0360	0,2148	-0,0883	0,0499	0,0812	0,0601

Diese Tabelle zeigt die Schätzwerte für die Intensitätsparameter im Kreditmodell mit drei latenten Zustandsvariablen $X_1(t)$, $X_2(t)$ und $X_3(t)$, wobei der risikoneutrale Intensitätsprozess des Unternehmens j als

$$h_j(t) = \Lambda_{1,j}[X_1(t) - \bar{X}_1] + \Lambda_{2,j}[X_2(t) - \bar{X}_2] + \Lambda_{3,j}[X_3(t) - \bar{X}_3] + Z_j(t)$$

spezifiziert wird. Die unternehmensspezifische Zustandsvariable $Z_j(t)$ des Unternehmens j folgt dabei unter dem realen Wahrscheinlichkeitsmaß $\mathbb{P}$ einem Quadratwurzelprozess

$$dZ_j(t) = \kappa_{z,j}(\theta_{z,j} - Z_j(t))dt + \sigma_{z,j}\sqrt{Z_j(t)}dW_{z,j}^{\mathbb{P}}(t).$$

Tabelle 5.9: Fit des Einfaktor-Kreditmodells

Kontraktlaufzeit	1Y		2Y		3Y		7Y		10Y		Gesamt	
	MAE	MAPE	MAE	MAPE	MAE	MAPE	MAE	MAPE	MAE	MAPE	MAE	MAPE
Unternehmen												
Abbey National	1,42	18,81	0,91	8,14	0,67	5,67	0,99	4,74	0,95	3,83	0,99	8,24
Allianz	2,37	20,41	2,12	9,10	1,51	5,17	1,06	2,91	1,12	2,59	1,64	8,04
Allied Domecq	2,71	10,85	2,40	6,63	1,57	3,91	1,19	2,03	2,79	4,29	2,13	5,54
Arcelor	3,28	10,92	3,54	7,76	1,63	2,65	2,78	3,78	2,89	2,93	2,82	5,61
Hypo-Vereinsbank	4,97	26,31	3,60	10,10	2,86	6,57	2,73	4,51	1,70	3,11	3,17	10,12
BAT	6,50	18,54	5,37	10,91	4,02	6,84	1,92	2,31	3,46	3,75	4,25	8,47
Carrefour	2,08	14,56	1,62	8,95	1,27	5,90	1,19	3,37	2,08	4,88	1,65	7,53
Casino Guichard	6,95	25,65	5,80	13,68	3,75	6,73	2,02	2,42	4,55	4,65	4,61	10,63
Commerzbank	3,88	18,90	2,72	9,09	1,89	6,63	2,03	4,05	1,86	3,33	2,48	8,40
St. Gobain	1,52	5,87	1,72	5,20	1,24	3,58	1,62	3,39	2,80	4,76	1,78	4,56
DaimlerChrysler	5,64	10,13	4,83	6,23	3,23	4,47	2,87	2,88	2,82	2,28	3,88	5,20
Danone	2,09	24,92	1,48	11,54	1,41	8,75	1,65	6,58	2,83	9,58	1,89	12,27
Deutsche Bank	1,30	15,87	1,06	9,40	0,82	6,09	1,02	4,25	1,02	3,38	1,04	7,80
France Télécom	5,69	12,86	5,61	11,88	4,28	7,26	1,90	2,03	2,27	2,05	3,95	7,22
Gallaher	4,55	17,14	3,47	10,05	2,30	5,61	2,46	3,88	3,75	5,00	3,31	8,34
Iberdrola	1,65	10,94	0,99	4,76	0,93	4,09	1,04	2,85	1,58	4,02	1,24	5,33
ING	1,59	22,10	1,19	11,01	0,78	5,95	0,85	4,18	1,27	4,45	1,14	9,54
Investor	3,28	11,11	2,62	5,93	1,62	3,60	2,13	2,91	3,86	4,41	2,70	5,59
KPN	2,82	11,25	2,96	10,67	3,45	9,17	1,80	2,92	3,73	5,38	2,95	7,88
Lafarge	2,41	6,94	2,12	5,00	2,42	4,13	2,21	3,28	3,17	3,48	2,47	4,57
LV/MH	3,00	11,20	2,87	7,86	1,98	5,08	1,66	2,59	2,64	4,18	2,43	6,18
Repsol	4,49	11,31	3,41	6,66	4,00	6,63	2,12	3,18	3,23	3,82	3,45	6,32
Rolls-Royce	3,47	9,52	2,74	6,96	1,45	2,63	1,74	2,19	2,56	3,28	2,39	4,92
RWE	2,28	12,10	1,54	5,58	1,18	3,98	1,18	2,70	1,41	3,07	1,52	5,49
Telefonica	2,23	11,57	1,83	7,35	1,62	6,15	1,18	2,31	3,31	5,73	2,03	6,62
Vattenfall	2,29	14,91	1,31	6,28	1,01	4,03	1,33	3,34	2,50	5,06	1,69	6,72
Vodafone	2,42	17,38	2,13	10,70	1,75	7,41	1,07	2,57	3,40	6,78	2,15	8,97
Volvo	1,66	7,59	1,40	4,98	1,33	3,84	1,20	2,53	2,23	4,42	1,56	4,67
Wolters Kluwer	2,71	10,20	2,08	5,79	1,84	4,21	1,79	3,11	2,06	3,09	2,10	5,28
Durchschnitt	3,15	14,48	2,60	8,21	1,99	5,40	1,68	3,23	2,55	4,19	2,39	7,10

Diese Tabelle zeigt den Fit des Einfaktor-Kreditmodells, wobei angenommen wurde, dass die Zeitreihe des fünfjährigen CDS-Kontraktes fehlerfrei beobachtet wird. MAE steht dabei für die mittlere absolute Abweichung zwischen Markt- und Modell-CDS Spreads in bps. MAPE steht für die entsprechende mittlere absolute prozentuale Abweichung in %. Der Suchalgorithmus minimiert die Summe der MAEs der ein-, drei- und zehnjährigen CDS-Kontrakte, um die optimalen Intensitätsparameter zu finden. Die Berechnung des Fits der zwei- und siebenjährigen CDS-Kontrakte basiert dabei ebenfalls auf diesen Schätzwerten.

Tabelle 5.10: Fit des Zweifaktor-Kreditmodells

Kontraktlaufzeit	1Y		2Y		3Y		7Y		10Y		Gesamt	
	MAE	MAPE	MAE	MAPE	MAE	MAPE	MAE	MAPE	MAE	MAPE	MAE	MAPE
Unternehmen												
Abbey National	1,44	19,20	0,86	7,31	0,63	4,98	1,06	5,13	0,94	3,79	0,99	8,08
Allianz	2,34	19,91	2,07	8,80	1,48	5,09	1,08	2,98	1,29	2,92	1,65	7,94
Allied Domecq	2,59	10,19	2,23	5,93	1,53	3,61	1,00	1,69	2,15	3,15	1,90	4,91
Arcelor	3,29	12,38	3,80	9,34	1,79	3,26	2,69	3,60	2,95	3,01	2,90	6,32
Hypo-Vereinsbank	4,84	25,75	3,54	10,10	2,66	6,15	2,53	4,07	1,64	2,95	3,04	9,80
BAT	6,19	15,77	4,65	8,62	3,33	5,39	2,01	2,44	3,59	3,54	3,95	7,15
Carrefour	2,06	14,49	1,65	9,10	1,24	5,60	1,09	3,14	1,79	4,22	1,57	7,31
Casino Guichard	5,28	19,06	4,34	10,23	2,77	4,97	1,73	2,22	3,62	3,78	3,55	8,05
Commerzbank	3,75	18,30	2,57	8,57	1,77	6,23	1,94	3,86	1,83	3,29	2,37	8,05
St. Gobain	1,64	7,08	1,85	5,54	1,39	3,74	1,95	3,94	2,17	4,10	1,80	4,88
DaimlerChrysler	5,42	9,86	5,49	7,40	3,76	5,23	2,90	2,77	1,82	1,51	3,88	5,35
Danone	1,68	16,87	1,55	11,39	1,30	7,80	1,47	5,95	2,03	7,18	1,61	9,84
Deutsche Bank	1,36	15,64	1,08	8,82	0,83	5,76	1,10	4,53	0,92	3,08	1,06	7,57
France Télécom	5,83	14,01	5,71	12,03	4,36	7,20	2,00	2,04	1,81	1,56	3,94	7,37
Gallaher	4,38	16,37	3,04	8,76	2,14	4,79	2,40	3,83	2,85	3,61	2,96	7,47
Iberdrola	1,46	9,38	1,08	5,14	0,90	3,65	1,05	2,81	1,18	3,04	1,13	4,80
ING	1,56	22,34	1,18	11,03	0,78	5,94	0,80	3,92	1,04	3,90	1,07	9,43
Investor	2,96	10,35	2,56	6,05	1,50	3,34	2,01	2,82	3,42	4,25	2,49	5,36
KPN	2,57	10,04	3,07	10,13	3,62	8,99	1,85	2,78	3,39	4,93	2,90	7,37
Lafarge	2,26	6,71	2,12	4,83	2,40	3,99	2,18	3,25	3,39	3,60	2,47	4,48
LV/MH	3,39	14,91	2,53	7,75	1,99	4,90	1,95	3,05	2,16	3,28	2,40	6,78
Repsol	4,77	14,11	3,42	7,16	4,16	7,40	2,16	3,24	2,72	3,64	3,45	7,11
Rolls-Royce	3,49	9,52	2,90	7,46	1,54	2,73	1,85	2,28	2,18	2,59	2,39	4,92
RWE	2,39	13,93	1,64	6,95	1,04	3,21	1,12	2,47	1,10	2,42	1,46	5,80
Telefonica	2,08	9,76	1,62	5,93	1,41	4,91	1,02	1,98	2,72	4,57	1,77	5,43
Vattenfall	2,13	13,40	1,20	5,45	0,96	3,61	1,35	3,34	1,89	3,73	1,51	5,91
Vodafone	2,18	15,08	1,84	8,76	1,58	6,27	1,04	2,44	2,83	5,63	1,89	7,64
Volvo	1,80	8,25	1,44	4,85	1,32	3,82	1,16	2,43	1,92	3,79	1,53	4,63
Wolters Kluwer	2,84	11,77	2,11	5,91	1,88	4,40	1,80	3,15	2,30	3,30	2,19	5,71
Durchschnitt	3,03	13,95	2,52	7,91	1,93	5,07	1,67	3,18	2,19	3,60	2,27	6,74

Diese Tabelle zeigt den Fit des Zweifaktor-Kreditmodells, wobei angenommen wurde, dass die Zeitreihe des fünfjährigen CDS-Kontraktes fehlerfrei beobachtet wird. MAE steht dabei für die mittlere absolute Abweichung zwischen Markt- und Modell-CDS Spreads in bps. MAPE steht für die entsprechende mittlere absolute prozentuale Abweichung in %. Der Suchalgorithmus minimiert die Summe der MAEs der ein-, drei- und zehnjährigen CDS-Kontrakte, um die optimalen Intensitätsparameter zu finden. Die Berechnung des Fits der zwei- und siebenjährigen CDS-Kontrakte basiert dabei ebenfalls auf diesen Schätzwerten.

Tabelle 5.11: Fit des Dreifaktor-Kreditmodells

Kontraktlaufzeit	1Y		2Y		3Y		7Y		10Y		Gesamt	
Unternehmen	MAE	MAPE	MAE	MAPE	MAE	MAPE	MAE	MAPE	MAE	MAPE	MAE	MAPE
Abbey National	1,45	19,37	0,88	7,45	0,61	4,76	1,18	5,58	0,95	3,86	1,01	8,20
Allianz	2,48	20,84	2,20	9,29	1,55	5,12	1,15	3,08	1,06	2,49	1,69	8,16
Allied Domecq	2,59	9,86	2,20	6,00	1,48	3,67	1,16	1,98	2,60	3,96	2,01	5,09
Arcelor	3,19	11,55	3,74	8,64	1,70	2,89	2,62	3,53	2,64	2,67	2,78	5,86
Hypo-Vereinsbank	4,14	19,23	3,33	8,85	2,65	6,10	2,58	4,20	1,75	3,17	2,89	8,31
BAT	5,86	17,36	4,65	9,12	3,42	5,62	2,18	2,68	3,66	3,54	3,95	7,66
Carrefour	1,58	12,92	1,37	7,62	1,13	5,20	1,23	3,56	1,92	4,54	1,45	6,77
Casino Guichard	5,63	20,15	4,63	10,84	3,00	5,37	1,90	2,44	3,37	3,30	3,71	8,42
Commerzbank	3,78	18,20	2,23	7,60	1,47	5,06	2,02	3,95	1,72	2,80	2,24	7,52
St. Gobain	1,64	6,88	1,62	5,03	1,21	3,45	1,69	3,37	1,92	3,59	1,62	4,46
DaimlerChrysler	4,43	8,55	4,70	6,24	2,69	3,57	2,99	3,00	3,33	2,63	3,63	4,80
Danone	1,65	16,48	1,40	10,28	1,23	7,41	1,36	5,46	1,83	6,32	1,49	9,19
Deutsche Bank	1,17	13,58	1,05	8,95	0,72	4,99	1,17	4,73	0,78	2,62	0,98	6,97
France Télécom	5,35	11,22	5,38	11,29	4,10	7,00	1,81	1,88	1,93	1,70	3,71	6,62
Gallaher	4,38	15,62	3,11	8,97	2,09	4,97	2,53	4,02	3,57	4,75	3,14	7,67
Iberdrola	1,44	9,19	1,05	5,09	0,91	3,70	1,05	2,82	1,14	2,93	1,12	4,75
ING	1,16	16,14	1,15	10,95	0,76	5,88	0,87	4,35	1,04	3,92	1,00	8,25
Investor	2,93	11,10	2,53	5,62	1,50	3,38	1,94	2,72	3,29	4,09	2,44	5,38
KPN	2,50	9,97	3,07	9,50	3,60	8,57	1,97	2,95	3,26	4,79	2,88	7,16
Lafarge	2,19	6,33	2,15	4,94	2,47	4,17	2,08	3,12	3,02	3,42	2,38	4,40
LVMH	2,90	9,91	2,48	6,41	1,71	4,14	1,59	2,53	1,86	2,79	2,11	5,16
Repsol	5,09	16,23	3,56	7,29	4,32	7,45	1,88	2,73	2,05	2,61	3,38	7,26
Rolls-Royce	3,42	9,36	3,04	7,77	1,59	2,81	1,74	2,14	1,96	2,27	2,35	4,87
RWE	2,35	12,71	1,67	6,91	1,05	3,22	1,17	2,56	1,09	2,39	1,47	5,56
Telefonica	2,13	10,06	1,70	6,47	1,47	5,49	1,15	2,25	3,02	5,20	1,89	5,89
Vattenfall	2,17	14,09	1,24	5,59	0,96	3,62	1,39	3,41	1,84	3,62	1,52	6,07
Vodafone	2,37	15,44	1,93	8,22	1,61	5,68	1,23	2,64	2,57	4,68	1,94	7,33
Volvo	1,66	7,61	1,30	4,52	1,30	3,79	1,11	2,34	1,76	3,35	1,43	4,32
Wolters Kluwer	2,74	11,02	2,08	5,73	1,88	4,43	1,77	3,05	2,32	3,35	2,16	5,52
Durchschnitt	2,91	13,14	2,46	7,63	1,87	4,88	1,67	3,21	2,18	3,49	2,22	6,47

Diese Tabelle zeigt den Fit des Dreifaktor-Kreditmodells, wobei angenommen wurde, dass die Zeitreihe des fünfjährigen CDS-Kontraktes fehlerfrei beobachtet wird. MAE steht dabei für die mittlere absolute Abweichung zwischen Markt- und Modell-CDS Spreads in bps. MAPE steht für die entsprechende mittlere absolute prozentuale Abweichung in %. Der Suchalgorithmus minimiert die Summe der MAEs der ein-, drei- und zehnjährigen CDS-Kontrakte, um die optimalen Intensitätsparameter zu finden. Die Berechnung des Fits der zwei- und siebenjährigen CDS-Kontrakte basiert dabei ebenfalls auf diesen Schätzwerten.

chung (MAE) zwischen Markt- und Modell-CDS Spreads über alle 29 Unternehmen und alle Kontraktlaufzeiten⁵⁰ beträgt für das Einfaktormodell 2,39 bps, für das Zweifaktormodell 2,27 bps und für das Dreifaktormodell 2,22 bps. Die entsprechenden durchschnittlichen MAPEs betragen 7,10%, 6,74% und 6,47%. Die wesentliche Verbesserung des Fits findet dabei an den beiden Enden der CDS-Kurve statt. So verringert sich der durchschnittliche einjährige MAE über alle Unternehmen im Einfaktormodell von 3,15 auf 2,91 bps im Dreifaktormodell. Entsprechendes findet für den durchschnittlichen zehnjährigen MAE statt, der sich von 2,55 bps im Einfaktormodell auf 2,18 bps im Dreifaktormodell verbessert. Hierbei ist natürlich zu beachten, dass die relativen Verbesserungen zwischen dem Fit der Kreditmodelle und dem Fit der Zinsmodelle nicht miteinander vergleichbar sind. Während im Fall der Zinsmodelle tatsächlich stets ein weiterer Faktor mitsamt Zinsparametern hinzugefügt wird, ist dieser Faktor im Fall der Kreditmodelle bereits fest vorgegeben, lediglich sein Skalierungsfaktor Λ_i ist frei wählbar.

Obwohl sich der Fit mit der Hinzunahme eines weiteren Faktors insgesamt verbessert, gilt dies nicht unbedingt für jedes der 29 Unternehmen. Für drei Unternehmen, Allianz, Abbey National und Wolters Kluwer verschlechtert sich der durchschnittliche MAE über alle Kontraktlaufzeiten vom Ein- zum Dreifaktormodell. Die Zunahme beträgt jedoch stets weniger als 0,1 bps. Dieses Resultat ist auf die oben angesprochene Nebenbedingung im Suchalgorithmus zurückzuführen, nach welcher alle Parameterkombinationen, die zu einem negativen Wert für $Z(t)$ führen, ausgeschlossen werden.

Schließlich kann, da die Kalibrierungsergebnisse vorliegen, auch die in der Einleitung zum Kapitel 4 gestellte Frage nach der Wahl des in den folgenden Untersuchungen verwendeten Kreditmodells, beantwortet werden. Da das Dreifaktor-Kreditmodell sowohl die zeitliche Entwicklung der Spotrate-Kurve als auch der CDS-Kurve am besten wiedergibt, wird es im Folgenden sowohl zur Untersuchung des Bewertungsunterschiedes zwischen den beiden Kreditmärkten im Kapitel 6 als auch zur Untersuchung der Marktrisikoprämien in CDS Spreads im Kapitel 7 herangezogen.

⁵⁰Dies bedeutet alle Kontraktlaufzeiten außer der fünfjährigen, deren MAE annahmegemäß Null beträgt.

Kapitel 6

Bewertungsunterschiede zwischen beiden Kreditmärkten

Dieses Kapitel widmet sich der **ersten Zielsetzung der vorliegenden Arbeit**¹, nämlich der Definition und Berechnung eines Corporate Bond-spezifischen Maßes für den Bewertungsunterschied zwischen beiden Kreditinstrumenten und seiner empirischen Untersuchung. Hierzu definiert **Abschnitt 6.1** zunächst das verwendete Maß für den Bewertungsunterschied und stellt seine Vorzüge im Vergleich zu dem Vorgehen früherer Studien heraus. Anschließend stellt **Abschnitt 6.2** die berechneten Bewertungsunterschiede vor und vergleicht sie mit den Ergebnissen früherer Untersuchungen. Der darauffolgende **Abschnitt 6.3** stellt eine Reihe potentieller Einflussfaktoren auf den Bewertungsunterschied vor und legt entsprechende Proxies fest, um diese zu erfassen. Anschließend führt **Abschnitt 6.4** eine Paneldatenanalyse der berechneten Bewertungsunterschiede durch, um den Einfluss der verschiedenen Faktoren zu untersuchen. Darauffolgend werden die entsprechenden Ergebnisse ökonomisch eingeordnet und mit den Resultaten früherer Untersuchungen verglichen. Abgerundet wird das Kapitel durch den **Abschnitt 6.5**, der eine Reihe von Tests durchführt, um die Robustheit der Ergebnisse der Paneldatenanalyse zu überprüfen.

¹Die Behandlung dieser ersten Zielsetzung der vorliegenden Arbeit und somit der Inhalt dieses Kapitels sind Gegenstand der Untersuchung von Entrop, Schiemert und Wilkens (2010).

6.1 Definition des Bewertungsunterschiedes

Um das in dieser Untersuchung verwendete Maß für den Bewertungsunterschied zu definieren, wird zunächst für jeden der 137 Corporate Bonds aus dem Datensatz aus seinem jeweiligen Marktpreis sein Yield-to-Maturity berechnet. Für den Bond i zum Zeitpunkt t wird diese Yield mit YTM_{it}^{CB} bezeichnet. Anschließend wird für jeden Corporate Bond ein Wert gemäß der Bewertungsformel (4.20) mithilfe der im Abschnitt 5.2 geschätzten Zins- und Intensitätsparametern berechnet.² Hierdurch ergibt sich für jeden Corporate Bond aus dem Datensatz ein Wert aus der Perspektive des CDS-Marktes. Die entsprechende Yield-to-Maturity, berechnet auf der Grundlage dieses CDS-Markt-impliziten Corporate Bond-Wertes, wird für den Bond i zum Zeitpunkt t mit YTM_{it}^{CDS} bezeichnet. Da beide Kreditinstrumente durch die Berechnung der beiden Yields auf dieselbe Vergleichsbasis gehoben wurden, kann das Maß für den Bewertungsunterschied für den Corporate Bond i zum Zeitpunkt t definiert werden als

$$\Delta_{it} := YTM_{it}^{CB} - YTM_{it}^{CDS}. \quad (6.1)$$

Die Erfassung des Bewertungsunterschiedes zwischen beiden Kreditmärkten mithilfe der Größe Δ_{it} unterscheidet sich von den Herangehensweisen früherer Studien in mindestens einem der folgenden drei Punkte.

Erstens, im Unterschied zu den meisten früheren Studien, die den Bewertungsunterschied als eine unternehmensspezifische Größe für eine feste Laufzeit betrachten³, stellt die Größe Δ_{it} ein Corporate Bond-spezifisches Maß für den Bewertungsunterschied dar. Diese Herangehensweise erlaubt es wie in Levin, Perli und Zakrajsek (2005) und Longstaff, Mithal und Neis (2005), den Einfluss Corporate Bond-spezifischer Charakteristika, wie z.B. die Kuponrate, das Emissionsvolumen oder das Alter des Bonds auf den Bewertungsunterschied zu untersuchen, selbst für den Extremfall, dass die betrachteten Bonds dieselbe Restlaufzeit und denselben Emittenten aufweisen.

Zweitens ist die Größe Δ_{it} dadurch, dass bei ihrer Berechnung die spezifischen Charakteristika der beiden Kreditinstrumente explizit berücksichtigt wurden, nicht von den im Abschnitt 2.3 vorgestellten strukturellen Faktoren, wie die Abweichung des Corporate

²Die Schätzwerte für die Zeitreihen der Zustandsvariablen X_1 , X_2 , X_3 und Z_j für jedes Unternehmen j fließen dabei natürlich ebenfalls in die Bewertung ein.

³Vgl. unter anderem Hull, Predescu und White (2004), Blanco, Brennan und Marsh (2005), Cossin und Lu (2005) und Zhu (2006).

Bond-Preises vom Parwert, Stückprämien im CDS-Kontrakt oder abweichende Zahlungsfrequenzen und Day-Count-Conventions verzerrt. Diese strukturellen Verzerrungen treten jedoch auf, falls der Bewertungsunterschied mithilfe der sogenannten Basis, also der Differenz zwischen CDS Spread und Credit Spread derselben Laufzeit, erfasst wird, wie z.B. in Levin, Perli und Zakrajsek (2005) und Zhu (2006). Levin, Perli und Zakrajsek (2005) berechnen dabei ihre Basis, indem sie CDS Spreads für die Laufzeit des jeweiligen Bonds interpolieren und von dieser den Credit Spread des Bonds abziehen.⁴ Zhu (2006) berechnet seine Basis, indem er Credit Spreads für die fünfjährige Laufzeit interpoliert und diese von dem fünfjährigen CDS Spread abzieht.⁵

Drittens fließen in die Berechnung von Δ_{it} sämtliche Informationen ein, die in der zeitlichen Entwicklung der gesamten CDS-Kurve enthalten sind, wodurch sich das Vorgehen in dieser Arbeit auch vom Ansatz von Longstaff, Mithal und Neis (2005) unterscheidet, die zur Berechnung ihres Bewertungsunterschiedes lediglich die zeitliche Entwicklung des fünfjährigen CDS Spreads heranziehen. Dieses auf der CDS-Kurve basierende Vorgehen hat auch im Vergleich zu besagten Studien, welche Credit Spreads von Corporate Bonds verschiedener Laufzeiten interpolieren, um den Bewertungsunterschied zu schätzen, den Vorteil, dass die so erfolgte Schätzung des Bewertungsunterschiedes zu zuverlässigeren und aussagekräftigeren Ergebnissen führt. Der Grund dafür ist, dass während bei der Interpolation von Credit Spreads eine zeitvariable (und möglicherweise sehr geringe) Anzahl von Corporate Bonds verschiedener Laufzeiten in die Schätzung eingeht, die Schätzung von Δ_{it} in dieser Untersuchung stets auf derselben Anzahl von CDS Spreads basiert, die stets das gesamte untersuchte zehnjährige Laufzeitspektrum abdecken.

6.2 Empirische Ergebnisse

Die Tabelle 6.1 fasst einige deskriptive Statistiken der resultierenden Bewertungsunterschiede Δ_{it} auf der Unternehmensebene aggregiert zusammen. Zunächst ergibt sich aus der untersten Zeile, dass der durchschnittliche Bewertungsunterschied über alle 137 Corporate Bonds des verwendeten Datensatzes 8,41 bps beträgt. Im Durchschnitt liegen somit die Corporate Bond-Markt-impliziten Credit Spreads insgesamt über den CDS-Markt-impliziten Credit Spreads. Während das Vorzeichen dieses Ergebnisses im Einklang mit

⁴Vgl. Levin, Perli und Zakrajsek (2005) S. 8.

⁵Vgl. Zhu (2006) S. 217 und 222.

den Resultaten der meisten Vorstudien liegt, beträgt seine durchschnittliche Höhe von 8,41 bps lediglich einen Bruchteil der meisten früheren Resultate.⁶ Die Tabelle 6.2 veranschaulicht die Ergebnisse früherer Studien für Investment Grade-Firmen gemeinsam mit der jeweils zugrundeliegenden Definition des Bewertungsunterschiedes, der Quelle des verwendeten Datensatzes und den jeweiligen Währungen. Die Ergebnisse reichen von 11,6 bps für Cossin und Lu (2005) bis 65,0 bps für Longstaff, Mithal und Neis (2005).⁷

Die insgesamt hohe Streuung der resultierenden durchschnittlichen Bewertungsunterschiede der betrachteten Studien können jedoch vermutlich nicht ausschließlich auf die verschiedenen zugrundegelegten Definitionen des Bewertungsunterschiedes oder auf die jeweilige Spezifikation des verwendeten Kreditmodells zurückgeführt werden. Da gemäß Tabelle 6.2 die durchschnittliche Abweichung mit der Verwendung neuerer Daten tendenziell abnimmt, könnte diese Streuung nicht zuletzt an der im Zeitablauf besseren Qualität der verwendeten CDS-Daten liegen. Eine solche Verbesserung der CDS-Datenqualität könnte u.a. bspw. durch die höhere Liquidität im CDS-Markt im Zuge der weiteren Standardisierung der CDS-Marktusancen durch die Veröffentlichung der 2003 ISDA Credit Derivatives Definitions⁸ stattgefunden haben.

Obwohl der durchschnittliche Bewertungsunterschied über alle Bonds aller Emittenten in dieser Untersuchung mit 8,41 bps relativ gering ausfällt, variiert der durchschnittliche Bewertungsunterschied, wie in der Tabelle 6.1 zu sehen, sehr stark von Unternehmen zu Unternehmen, und reicht von -11,12 bps für BAT bis 36,56 bps für Volvo. Die betragsmäßig geringste durchschnittliche Abweichung ergibt sich dabei für Vodafone mit 2,10 bps. Interessant in diesem Zusammenhang ist auch die mittlere absolute Abweichung (MAD). Sie beträgt im Schnitt über alle 137 Bonds 16,01 bps und reicht von 9,35 bps für Danone bis 36,60 bps für Volvo. Die Standardabweichung des Bewertungsunterschiedes über alle 137 Bonds beträgt 19,28 bps, wobei der Minimalwert bei 6,94 bps für Danone und der Maximalwert bei 28,59 bps für Volvo liegt. Die Spannweite aller berechneten Bewertungsunterschiede reicht von -91,33 bps für France Télécom bis 110,70 bps für Volvo.

Unterschiede in den Bewertungsunterschieden lassen sich jedoch nicht nur, wie in der

⁶Diese Aussage bezieht sich auf diejenigen Ergebnisse früherer Studien, die sich unter Verwendung der Verzinsung von Staatsanleihen als risikofreie Benchmark ergaben.

⁷Die Ergebnisse von Levin, Perli und Zakrajsek (2005) und Jankowitsch, Pullirsch und Veza (2008) werden bei dieser Betrachtung außer Acht gelassen, da sie unter Verwendung der Swap-Kurve als risikofreie Benchmark zustande kamen.

⁸Vgl. ISDA (2003).

Tabelle 6.1: Bewertungsunterschiede Δ_{it} auf Unternehmensebene

Unternehmen	#Beob.	$\emptyset$	MAD	StdAbw.	Schiefe	Kurtosis	Min	1. Quartil	Median	3. Quartil	Max
Abbey National	467	9,89	11,29	9,13	-0,24	-0,13	-18,82	3,96	9,81	16,57	35,95
Allianz	424	9,30	11,96	10,72	-0,56	0,38	-26,26	3,11	9,63	17,09	30,81
Allied Domecq	314	14,21	14,44	10,59	0,90	0,75	-6,59	5,75	12,76	19,81	50,72
Arcelor	175	32,30	32,41	14,77	0,36	0,12	-9,88	19,95	33,01	41,33	71,48
Hypo-Vereinsbank	212	10,17	17,23	16,32	-2,03	3,58	-47,92	8,74	15,48	19,25	28,32
BAT	345	-11,12	20,42	23,54	-0,25	-0,88	-63,33	-30,24	-7,07	4,75	33,79
Carrefour	495	-9,70	11,49	9,78	0,19	-0,48	-33,39	-16,89	-9,87	-2,81	19,05
Casino Guichard	611	-5,83	11,90	13,43	0,01	-0,45	-39,07	-14,40	-6,53	3,53	25,89
Commerzbank	318	5,09	19,60	22,88	-1,52	1,43	-77,01	2,98	12,23	19,27	33,07
St. Gobain	437	15,50	16,08	8,94	-0,28	0,99	-19,10	10,18	16,01	20,99	41,84
DaimlerChrysler	705	-7,67	14,60	16,12	-0,16	-0,60	-57,58	-19,49	-7,71	4,70	25,44
Danone	229	8,84	9,35	6,94	0,38	1,72	-17,96	4,62	8,02	12,88	35,61
Deutsche Bank	508	19,80	19,93	15,28	1,30	1,29	-10,19	9,96	15,09	24,46	73,20
France Télécom	945	6,14	17,25	23,57	-0,42	2,17	-91,33	-4,05	4,23	19,22	108,24
Gallaher	301	7,79	12,22	12,44	-0,17	-0,70	-21,19	-0,81	7,81	17,04	34,67
Iberdrola	341	10,24	11,00	8,00	0,05	0,57	-16,76	5,09	10,00	14,59	35,50
ING	318	12,80	13,51	9,49	-0,13	-0,31	-16,02	6,38	12,66	20,01	36,65
Investor	389	34,80	34,80	13,22	0,72	0,44	1,36	25,20	33,10	42,45	76,93
KPN	448	7,67	14,78	19,81	1,13	2,47	-37,57	-3,20	5,13	16,41	83,43
Lafarge	491	7,33	9,81	9,01	-1,13	2,86	-42,79	2,40	8,74	13,41	26,21
LVMH	393	11,94	14,33	11,49	-0,45	-0,08	-18,94	5,73	12,59	20,24	37,46
Repsol	301	19,85	20,44	13,45	0,22	-0,24	-16,10	10,49	18,73	29,42	60,21
Rolls-Royce	255	8,73	15,64	18,39	-2,31	7,25	-82,97	3,10	11,71	19,56	33,42
RWE	342	3,39	10,03	11,00	-1,04	0,36	-28,41	-2,86	6,84	10,71	23,05
Telefónica	507	-3,88	11,03	13,19	-0,20	-0,58	-38,88	-12,64	-2,91	6,00	30,51
Vattenfall	424	19,00	19,03	9,59	0,53	-0,10	-4,19	11,77	17,87	24,65	47,36
Vodafone	561	2,10	9,58	11,82	0,14	-0,25	-28,87	-6,45	2,31	9,47	33,47
Volvo	413	36,56	36,60	28,59	1,06	0,06	-3,67	16,30	24,95	50,21	110,70
Wolters Kluwer	258	15,33	17,82	13,60	-0,51	0,52	-20,54	6,06	18,91	24,03	55,87
Alle Bonds	11927	8,41	16,01	19,28	0,19	3,02	-91,33	-1,55	9,08	18,61	110,70

Diese Tabelle präsentiert deskriptive Statistiken der resultierenden Bewertungsunterschiede (in bps) auf der Unternehmensebene. Der Bewertungsunterschied für den Corporate Bond i zum Zeitpunkt t definiert sich dabei als

$$\Delta_{it} := YTM_{it}^{CB} - YTM_{it}^{CDS},$$

wobei YTM_{it}^{CB} die Yield-to-Maturity des Corporate Bonds i in t gegeben seinen Marktpreis und YTM_{it}^{CDS} die CDS-Markt-implizite Yield-to-Maturity desselben Bonds bezeichnet. #Beob. bezeichnet die Anzahl der wöchentlichen Beobachtungspunkte und $\emptyset$ den jeweiligen Durchschnitt. MAD steht für die mittlere absolute Abweichung (Mean Absolute Deviation) zwischen YTM_{it}^{CB} und YTM_{it}^{CDS} .

Tabelle 6.2: Resultierende Bewertungsunterschiede früherer Studien

Studie	Markt	Datensatz	Definition des Bewertungsunterschiedes	Durchschn. Diff.
Hull, Predescu und White (2004)	USD	1998-2002, 5Y CDS Spreads von GFI und Corporate Bonds aus Bloomberg für 31 Firmen	Differenz zwischen 5Y Bond-Par-Yield, berechnet mittels Regression und um Stückzinsen angepasst, Treasury-Rate und 5Y CDS Spread	62,87
Blanco, Brennan und Marsh (2005)	USD, EUR	2001-2002, 5Y CDS Spreads von CreditTrade und Corporate Bonds aus Bloomberg für 33 Firmen	Differenz zwischen 5Y Yield, berechnet mittels Interpolation, 5Y Gov.-Yield und 5Y CDS Spread	40,8
Cossin und Lu (2005)	EUR	2002-2003, 5Y CDS Spreads aus Bloomberg und Corporate Bonds aus Reuters für 39 Firmen	Differenz zwischen 5Y Credit Spread, berechnet aus Bond Par-Yields, die um Stückzinsen angepasst wurden, und 5Y CDS Spread	11,6
Houweling und Vorst (2005)	USD, EUR	1999-2001, CDS verschiedener Laufzeiten von creditex, CreditTrade und mehreren Banken und Corporate Bonds aus Reuters für 225 Firmen	Differenz zwischen Corporate Bond-Markt-implizitem Modell-CDS Spread und CDS Spread am Markt	23,5
Levin, Perli und Zakrajsek (2005)	USD	2001-2005, CDS Spreads von Markt und Corporate Bonds von Merrill Lynch für 306 Firmen	Differenz zwischen Credit Spread über der Swaprate von Corporate Bonds und CDS Spread identischer Laufzeit berechnet mittels Interpolation	3,99*
Longstaff, Mithal und Neis (2005)	USD	2001-2002, 5Y CDS Spreads und Corporate Bond-Preise von Citigroup für 68 Firmen	Nondefault-Komponente des 5Y Credit Spreads, berechnet mittels Kalibrierung eines Kreditmodells an Corporate Bonds und 5Y CDS Spreads	65,0
Zhu (2006)	USD, EUR	1999-2002, 5Y CDS Spreads von CreditTrade und Corporate Bonds aus Bloomberg für 24 Firmen	Differenz zwischen 5Y Credit Spread, berechnet mittels Linearer Interpolation und 5Y CDS Spread	52,26
Jankowitsch, Pullirsch und Veza (2008)	EUR	2003-2005, CDS verschiedener Laufzeiten und Corporate Bonds aus Reuters für 12 Firmen	Differenz zwischen Corporate Bond-Markt-implizitem CDS Spread, berechnet mithilfe der Nelson-Siegel-Interpolation und bei Verwendung der Swap-Kurve als risikofreie Benchmark und CDS Spread am Markt	-19,57*
Norden und Weber (2009)	USD, EUR, GBP	2000-2002, 5Y CDS Spreads von CreditTrade und einer Bank und Corporate Bonds aus Bloomberg für 58 Firmen	Differenz zwischen 5Y Yield, berechnet mittels Regression, Gov. Bond-Yield und 5Y CDS Spread	32,44

Diese Tabelle liefert einen Überblick über die durchschnittlichen Bewertungsunterschiede (in bps) früherer Studien. Durchschn. Diff. bezeichnet dabei die resultierende durchschnittliche Abweichung gemäß der jeweiligen Definition, die der Spalte links davon zu entnehmen ist. Die Werte beziehen sich auf Investment Grade-Unternehmen, wobei die Ergebnisse von Cossin und Lu (2005), Longstaff, Mithal und Neis (2005) und Norden und Weber (2009) auch eine geringe Anzahl von High Yield-Emittenten enthalten. * Mit der Ausnahme von Levin, Perli und Zakrajsek (2005) und Jankowitsch, Pullirsch und Veza (2008), die ausschließlich die Swap-Kurve als risikofreie Benchmark verwenden, basieren alle anderen Ergebnisse auf der Verzinsung von Staatsanleihen (Gov. Yield).

Tabelle 6.1 dargestellt, zwischen den einzelnen Unternehmen ausmachen, sondern treten sogar zwischen den einzelnen Bonds desselben Emittenten auf. Diese Ergebnisse lassen insgesamt darauf schließen, dass es neben unternehmensspezifischen Einflüssen auch Corporate Bond-spezifische Einflüsse auf den Bewertungsunterschied geben muss. Diese werden im folgenden Abschnitt 6.3 vorgestellt.

6.3 Einflussfaktoren auf den Bewertungsunterschied

Wie bereits im Abschnitt 2.3 dargelegt, lassen sich die Einflussfaktoren auf den Bewertungsunterschied zwischen beiden betrachteten Kreditmärkten in zwei Klassen einteilen, in strukturelle Faktoren und in Marktfaktoren. Während Erstere konstruktionsbedingt aus den unterschiedlichen Grundstrukturen der beiden Instrumente resultieren, bestehen Letztere im Wesentlichen aus an beiden Märkten unterschiedlichen Angebots- und Nachfragesituationen und Liquiditätseinflüssen. Das Ziel dieses Abschnittes besteht darin, die einzelnen Einflussfaktoren vorzustellen, geeignete Proxies zu deren Erfassung festzulegen und ihre erwarteten ökonomischen Einflüsse auf den Bewertungsunterschied zu diskutieren, bevor diese vermuteten Einflüsse im folgenden Abschnitt 6.4 tatsächlich empirisch untersucht werden.

A. Strukturelle Faktoren. Die im Abschnitt 2.3 vorgestellten strukturellen Faktoren, wie die Abweichung des Corporate Bond-Preises vom Parwert, Stückprämien im CDS-Kontrakt oder abweichende Zahlungsfrequenzen und Day-Count-Conventions, wurden explizit mithilfe des im Kapitel 4 entwickelten Kreditmodells und der resultierenden Bewertungsformeln (4.19) für CDS bzw. (4.20) für Corporate Bonds berücksichtigt und somit in ihrer verzerrenden Wirkung neutralisiert. Proxies für die zwei anderen im Abschnitt 2.3 besprochenen strukturellen Faktoren, die CTD-Option und das Kontrahentenrisiko im CDS-Kontrakt, werden im Folgenden festgelegt.

(A1) CTD-Option im CDS-Kontrakt. Um den Wert der Option des Protection-Buyers, dem Protection Seller im Falle eines Credit Events den günstigsten aller verfügbaren Deliverable Obligations gegen die Zahlung des Parwertes zu liefern, zu erfassen, wird ein bereits in Jankowitsch, Pullirsch und Veza (2008) verwendeter Proxy gewählt, nämlich die maximale Bondpreisdifferenz. Die maximale Bondpreisdifferenz bezeichnet die Differenz zwischen dem höchsten und dem niedrigsten Bondpreis eines Emittenten

zum jeweiligen Beobachtungszeitpunkt. Dieser Proxy versucht somit den Effekt abzubilden, dass im Zuge eines Credit Events die Deliverable Obligations des Emittenten nicht notwendigerweise identische Marktwerte aufweisen. Er ist dabei unternehmensspezifisch und natürlich auch zeitvariant. Ein höherer Wert für die maximale Bondpreisdifferenz sollte sich positiv auf den Wert der CTD-Option auswirken und somit zu einem geringeren Bewertungsunterschied führen.

(A2) Kontrahentenrisiko im CDS-Kontrakt. Das Kontrahentenrisiko in einem CDS-Kontrakt, d.h. das Risiko, dass einer der beiden Kontrahenten seinen vertraglich vereinbarten Zahlungsverpflichtungen nicht nachkommen kann, wird anhand von zwei verschiedenen Proxies erfasst. Da wie im Abschnitt 2.1 veranschaulicht, Banken und Versicherer zu den bedeutendsten Teilnehmern am CDS-Markt zählen, sollen beide Proxies das Risiko von Finanzinstituten abbilden. Als erster Proxy wird ein Index für das Kontrahentenrisiko berechnet, definiert als der Durchschnitt der fünfjährigen CDS Spreads der sechs Finanzinstitute des verwendeten Datensatzes (Abbey National, Allianz, HypoVereinsbank, Commerzbank, Deutsche Bank und ING). Als zweiter Proxy zur Erfassung des allgemeinen Kreditrisikos von Finanzinstituten wird der einjährige Swap Spread herangezogen, definiert als die Differenz zwischen der einjährigen EUR-Swaprate und der einjährigen Spotrate. Letztere wird, wie im Abschnitt 5.1 diskutiert, von der Deutschen Bundesbank mithilfe der Methode von Svensson (1994) aus den Renditen deutscher Bundesanleihen geschätzt. Höhere Werte für diese beiden Proxies werden sich vermutlich in höheren Bewertungsunterschieden niederschlagen, da sich, wie im Abschnitt 2.3 diskutiert, der Protection Buyer das für ihn gravierendere Kontrahentenrisiko in der Form eines Abschlages auf den gezahlten CDS Spread vergüten lässt.

B. Marktfaktoren. Die ausgewählten Proxies zur Erfassung der Marktfaktoren, deren Einfluss in der vorliegenden Untersuchung beleuchtet wird, lassen sich in fünf Gruppen einteilen.

(B1) Liquidität. Liquidität stellt den bislang am häufigsten untersuchten Marktfaktor auf den Bewertungsunterschied dar.⁹ Diese Arbeit umfasst dabei Liquiditätsproxies sowohl für den Corporate Bond-Markt als auch für den CDS-Markt. Die vier Liquiditätsmaße für den Corporate Bond-Markt sind dabei allesamt bondspezifisch. Im Einzelnen sind das die Kuponrate, die Restlaufzeit, das Alter¹⁰ und das Emissionsvolumen des Corporate Bonds.

⁹Vgl. Cossin und Lu (2005), Levin, Perli und Zakrajsek (2005), Longstaff, Mithal und Neis (2005) und Jankowitsch, Pullirsch und Veza (2008) bzw. den entsprechenden Literaturüberblick im Abschnitt 3.1.

¹⁰Das Alter eines Corporate Bonds bezeichnet dabei die Zeitperiode, seit dem dieser emittiert wurde.

Aufgrund der möglichen Präferenz von Buy-and-Hold-Investoren für langlaufende Corporate Bonds bei einer gleichzeitig möglichst hohen Kuponrate werden solche Corporate Bonds mit einer längeren Laufzeit und einer höheren Kuponrate vermutlich eine geringere Verfügbarkeit am Markt aufweisen.¹¹ Diese vermutlich niedrigere Liquidität wird sich für diese Corporate Bonds in einem entsprechend höheren Credit Spread auswirken und folglich zu einem höheren Bewertungsunterschied führen.

Das Alter eines Corporate Bonds kann sich ebenfalls negativ auf seine Verfügbarkeit auswirken, da je länger die Emission des Bonds zurückliegt desto höher die Wahrscheinlichkeit ist, dass dieser von Buy-and-Hold-Investoren bereits aufgekauft wurde.¹² Ein höheres Alter wird sich somit vermutlich ebenfalls in einem höheren Credit Spread und schließlich in einem entsprechend höheren Bewertungsunterschied für den betrachteten Bond auswirken.

Da die Verfügbarkeit von Corporate Bonds mit einem höheren Emissionsvolumen weniger von Buy-and-Hold-Investoren beeinflusst werden kann als die Verfügbarkeit kleinerer Emissionen¹³, lässt ein höheres Emissionsvolumen auf eine höhere Liquidität, folglich auf einen geringeren Credit Spread und schließlich auf einen niedrigeren Bewertungsunterschied schließen.

Zur Erfassung von Liquiditätseinflüssen im CDS-Markt wird wie in Levin, Perli und Zakrajsek (2005) die von Markit gelieferte Markttiefe des fünfjährigen CDS Spreads herangezogen. Die Markttiefe wird dabei als die Anzahl der Banken bezeichnet, auf deren CDS-Quotes der von Markit berechnete fünfjährige CDS Spread basiert. Eine höhere Markttiefe wird im Folgenden als ein Indikator für eine höhere Liquidität im CDS-Markt aufgefasst, was sich dementsprechend in einer niedrigeren Liquiditätskomponente im CDS Spread und folglich in einem höheren Bewertungsunterschied niederschlagen sollte.

(B2) Kreditrisiko. Die zweite Gruppe von Marktfaktorproxies erfasst Kreditrisiken auf drei verschiedenen Ebenen. Der erste Proxy ist dabei der iTraxx Europe Index für die fünfjährige Laufzeit. Er soll das allgemeine Kreditrisiko auf der Gesamtmarktebene widerspiegeln. Da der Index erst in der zweiten Jahreshälfte von 2004 aufgelegt wurde, wird er aus den fünfjährigen CDS Spreads derjenigen 121 der insgesamt 125 iTraxx-Unternehmen zurückgerechnet, für die zuverlässige CDS Spreads verfügbar sind. Der zweite Proxy ist der fünfjährige CDS Spread des jeweiligen Emittenten und soll somit das Kreditrisiko auf

¹¹Vgl. Longstaff, Mithal und Neis (2005) S. 2241.

¹²Vgl. hierzu die Ausführungen in Houweling, Mentink und Vorst (2005) S. 1342.

¹³Vgl. hierzu die Diskussion in Houweling, Mentink und Vorst (2005) S. 1339.

der Unternehmensebene erfassen. Schließlich soll der dritte Proxy das Kreditrisiko auf der Ebene der einzelnen Corporate Bonds widerspiegeln. Dieser wird als der CDS Spread mit derselben Restlaufzeit wie der Corporate Bond definiert und mittels linearer Interpolation aus den sechs verfügbaren CDS Spreads des Emittenten ermittelt.

Höhere Werte für diese drei Proxies lassen geringere Bewertungsunterschiede erwarten. Diese Vermutung basiert auf den Ergebnissen von Cossin und Lu (2005), die eine negative Korrelation zwischen CDS Spreads und der Liquiditätskomponente in Corporate Bonds von Investment Grade-Emittenten finden.¹⁴ So beträgt der Korrelationskoeffizient zwischen CDS Spreads und der Liquiditätskomponente für AA-Emittenten -23,22% und für A-Emittenten -18,64%. Für Emittenten mit einem schlechteren Rating, d.h. ab BBB abwärts, ergibt sich hingegen eine positive Korrelation. Die Mehrheit der in der vorliegenden Arbeit untersuchten Corporate Bonds stammt dabei von AA- und A-Emittenten, sodass höhere Kreditrisiken, welche sich durch höhere Werte für die drei Proxies manifestieren, dazu führen sollten, dass sich die Liquiditätskomponente im Credit Spread des Corporate Bonds verringert und folglich der Bewertungsunterschied entsprechend sinkt.

(B3) Firmenspezifische Risiken. Die dritte Gruppe von Marktfaktorproxies erfasst unternehmensspezifische Risiken durch den Aktienmarkt mithilfe von zwei Proxies. Dabei handelt es sich um die wöchentliche Aktienrendite und um die vierwöchige historische Volatilität der täglichen Aktienrenditen. Eine positive Aktienrendite lässt dabei auf ein geringeres unternehmensspezifisches Risiko schließen, was zu einem stärkeren Rückgang in den CDS Spreads des Unternehmens führen sollte als in den Credit Spreads seiner Corporate Bonds. Diese Vermutung basiert auf den Ergebnissen von Norden und Weber (2009). Sie kommen zu dem Ergebnis, dass der Aktienmarkt neue Informationen schneller verarbeitet als der CDS-Markt, und dass der CDS-Markt diese schneller widerspiegelt als der Corporate Bond-Markt.¹⁵ Darüber hinaus scheinen CDS Spreads sensibler auf Bewegungen im Aktienmarkt zu reagieren als Credit Spreads.¹⁶ Folglich werden also höhere Aktienrenditen vermutlich mit höheren Bewertungsunterschieden einhergehen.

Andererseits lässt eine höhere Volatilität der Aktienrenditen auf ein höheres unternehmensspezifisches Risiko schließen, was nach derselben Argumentation wie im Falle der Aktienrenditen zu einer stärkeren Zunahme in den CDS Spreads als in den Credit Spreads und somit insgesamt zu einem geringeren Bewertungsunterschied führen sollte.

¹⁴Vgl. Cossin und Lu (2005) S. 12 und Tabelle 3 auf S. 26.

¹⁵Vgl. Norden und Weber (2009) S. 540-546.

¹⁶Vgl. Norden und Weber (2009) S. 548.

(B4) Angebot im CDS-Markt. Die vierte Gruppe von Marktfaktorproxies, bestehend aus nur einem Proxy, versucht einen Effekt abzubilden, welcher in den Vorstudien bislang noch nicht untersucht worden ist, nämlich den Einfluss von Transaktionen synthetischer Collateralized Debt Obligations (CDOs). Solche synthetische CDO-Transaktionen können, da sie auf einem Portfolio von Credit Default Swaps verschiedener Unternehmen basieren, zum Zeitpunkt da sie stattfinden zu einem massiven Angebotsschock im CDS-Markt und zu einer Verengung der CDS Spreads der Unternehmen aus dem zugrundeliegenden Portfolio führen.¹⁷ Zur Erfassung dieser Angebotsschocks im CDS-Markt werden die monatlichen Emissionsvolumina synthetischer CDOs aus der CreditFlux-Datenbank herangezogen. Um die monatliche Zeitreihe in eine wöchentliche umzuwandeln, wird dabei eine Gleichverteilung der Emissionsvolumina innerhalb des betrachteten Monats unterstellt. Ein höheres Emissionsvolumen synthetischer CDOs wird vermutlich insgesamt zu einem höheren Bewertungsunterschied führen.

(B5) Makroökonomische Risiken. Die fünfte und letzte Gruppe von Marktfaktorproxies, bestehend aus zwei Proxies, versucht makroökonomische Risiken abzubilden. Ähnlich wie in Levin, Perli und Zakrajsek (2005) wird dabei zur Erfassung von Unsicherheiten bezüglich den Entscheidungen von Zentralbanken die vierwöchige historische Volatilität des dreimonatigen EURIBORs herangezogen. Um Inflationsrisiken abzubilden, wird die vierwöchige historische Volatilität der zehnjährigen Spotrate verwendet. Nach einer analogen Argumentation wie im Falle der Aktienvolatilität werden höhere Werte für diese beiden Proxies vermutlich zu einem geringeren Bewertungsunterschied führen.

6.4 Paneldatenanalyse der Bewertungsunterschiede

Zielsetzung dieses Abschnittes, der das zentrale Element dieses Kapitels bildet, ist es, den Einfluss der im Abschnitt 6.3 diskutierten Faktoren bzw. deren Proxies auf die im Abschnitt 6.2 berechneten Bewertungsunterschiede zu untersuchen. Die meisten früheren Studien untersuchten den Bewertungsunterschied getrennt in der Zeitdimension oder in der Querschnittsdimension mithilfe des klassischen OLS-Verfahrens (Ordinary Least Squares).¹⁸ In der vorliegenden Arbeit wird der Bewertungsunterschied mithilfe einer Pa-

¹⁷Vgl. O’Kane und McAdie (2001) S. 13 und Hjort (2003) S. 43-44.

¹⁸Die Ausnahme bildet die Untersuchung von Zhu (2006), der mithilfe einer Paneldatenanalyse den Einfluss von u.a. Aktienindizes und der durchschnittlichen Bid/Ask-Spread-Differenz zwischen dem CDS-

neldatenanalyse¹⁹ untersucht, was im Gegensatz zu einer eindimensionalen OLS-Analyse folgende Vorteile bietet. Erstens können durch die gleichzeitige Erfassung der Zeitreihen- und der Querschnittsdimension der resultierenden Bewertungsunterschiede mithilfe eines einzigen Regressionsmodells Fragestellungen untersucht werden, welche sich einer Untersuchung mittels OLS, die nur auf eine der beiden Dimensionen abzielt, entziehen würden.²⁰ Zweitens erzeugt die Paneldatenanalyse durch die Verwendung einer extensiveren Datenmenge auch zuverlässigere Parameterschätzungen im Vergleich zu einer einfachen OLS-Schätzung.²¹ Schließlich besteht im Fall der vorliegenden Untersuchung der wichtigste Vorteil darin, dass bei der Erklärung der Corporate Bond-spezifischen Bewertungsunterschiede mithilfe der Paneldatenanalyse der Einfluss nicht beobachtbarer individueller, d.h. in diesem Fall bondspezifischer Effekte, wie z.B. der durchschnittliche Bid-Ask-Spread eines Bonds oder die durchschnittlichen Kosten, die mit einem Leerverkauf des Bonds im Repo-Markt verbunden sind, berücksichtigt werden kann. Die Berücksichtigung solcher individueller nicht beobachtbarer Effekte ist innerhalb eines eindimensionalen OLS-Verfahrens nicht möglich und ihr Weglassen kann unter Umständen zu Fehlspezifikationen des Regressionsmodells und zu verzerrten Schätzergebnissen führen.²²

Für diese 137 bondspezifischen nicht beobachtbaren Effekte wird im Folgenden eine *Random Effects*-Spezifikation²³ gewählt, bei welcher die Effekte im Gegensatz zur *Fixed Effects*-Spezifikation²⁴ keine Konstanten, sondern unabhängig identisch verteilte Zufallsvariablen darstellen. Die in der Regression verwendeten Proxies werden dabei als stochastisch unabhängig von diesen Random Effects angenommen. Aus einem rein ökonomischen Blickwinkel beruht diese Entscheidung auf der Tatsache, dass mithilfe der Random Effects-Spezifikation allgemeingültige Inferenzen über die Zusammenhänge zwischen den Bewertungsunterschieden und den definierten Proxies abgeleitet werden sollen, die sich nicht speziell auf die Unternehmen bzw. deren Bonds im Datensatz beschränken.²⁵ Wei-

und dem Corporate Bond-Markt auf die fünfjährige Basis untersucht, wobei die Querschnittsdimension durch die einzelnen Emittenten gebildet wird.

¹⁹Bezüglich der theoretischen Grundlagen der Paneldatenanalyse sei an dieser Stelle auf die einschlägige Literatur verwiesen. Vgl. hierzu u.a. Arellano (2003), Baltagi (2005), Cameron und Trivedi (2005) S. 695-810, Greene (2008) S. 180-251, Hsiao (2003), Verbeek (2004) S. 341-388 und Wooldridge (2002) S. 247-297.

²⁰Vgl. Baltagi (2005) S. 6-7.

²¹Vgl. Baltagi (2005) S. 5.

²²Vgl. hierzu die drei in Baltagi (2005) S. 4-5 angesprochenen Fallbeispiele.

²³Vgl. Baltagi (2005) S. 14-18.

²⁴Vgl. Baltagi (2005) S. 12-14.

²⁵Vgl. hierzu die Diskussion in Baltagi (2005) S. 12 und 14.

terhin ist diese Entscheidung auch dadurch motiviert, dass eine bestimmte Anzahl der betrachteten bondspezifischen Proxies im Zeitablauf konstant sind, wie z.B. die Kuponrate oder das Emissionsvolumen. Ihr Einfluss ist mithilfe einer Fixed Effects-Spezifikation nicht untersuchbar.²⁶ Aus einer rein ökonometrischen Perspektive wird die Entscheidung für die Random Effects-Spezifikation auch durch den Hausman-Test²⁷ unterstützt.

Somit wird zur Untersuchung des Einflusses der im Abschnitt 6.3 festgelegten Proxies auf den im Abschnitt 6.2 berechneten Bewertungsunterschied Δ_{it} des Corporate Bonds i zum Zeitpunkt t folgendes Random Effects-Modell geschätzt

$$\Delta_{it} = \alpha + \beta^T \mathbf{x}_{it} + \alpha_i + \varepsilon_{it}, \quad (6.2)$$

wobei $i \in \{1, 2, 3, \dots, 137\}$ und $t \in \{1, 2, 3, \dots, 106\}$. Dabei ist jedoch zu beachten, dass es sich bei den Paneldaten für Δ_{it} um einen sogenannten *unbalanced* Panel²⁸ handelt, d.h. der Datensatz ist nicht „rechteckig“, da natürlich nicht für sämtliche 137 Corporate Bonds alle 106 wöchentlichen Beobachtungen existieren. Dies liegt daran, dass manche Corporate Bonds während der Untersuchungsperiode aus dem Datensatz herausfielen als ihre Restlaufzeit weniger als ein Jahr betrug, oder daran, dass sie erst später während der Untersuchungsperiode emittiert wurden.

Der Spaltenvektor $\mathbf{x}_{it}$ in (6.2) enthält die Werte der jeweiligen Proxies für den Corporate Bond i zum Zeitpunkt t . Der Skalar α und der Spaltenvektor β sind die zu schätzenden Regressionsparameter. Die Skalare $(\alpha_i)_{i=1,2,3,\dots,137}$ bezeichnen die bondspezifischen Random Effects, und ε_{it} ist der unsystematische Störterm. Um dabei der Autokorrelation der Residuen und der Korrelation zwischen den Residuen verschiedener Corporate Bonds desselben Emittenten Rechnung zu tragen, werden gemäß Froot (1989) hergeleitete und gemäß Rogers (1993) berechnete auf Firmencluster basierende Standardfehler verwendet.

Die Tabelle 6.3 fasst die Ergebnisse von fünf verschiedenen Random Effects-Regressionen zusammen. Die erklärenden Variablen sind zusammen mit ihren gemäß Abschnitt 6.3 vermuteten Vorzeichen in Klammern (dahinter) angegeben. Die Schätzwerte für die Regressionsparameter sind mit ihren Firmencluster-robusten p -Werten in Klammern (darunter) angegeben.

Das Regressionsmodell (1) untersucht den Einfluss des bislang am häufigsten untersuchten Faktors, nämlich den der Liquidität. Hierzu schließt das Modell (1) ähnlich zur Quer-

²⁶Vgl. Baltagi (2005) S. 13.

²⁷Vgl. Hausman (1978).

²⁸Vgl. hierzu auch Verbeek (2004) S. 380-381.

Tabelle 6.3: Paneldatenanalyse der Bewertungsunterschiede Δ_{it}

Erklärende Variable	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
CTD-OPTION					
Max. Bondpreisdifferenz (-)				0,082	
(in EUR)				(0,862)	
KONTRAHENTENRISIKO					
Kontrahentenrisiko-Index (+)				-0,200	
(in bps)				(0,002)	
1Y EUR-Swap Spread (+)				-0,154	
(in bps)				(0,247)	
LIQUIDITÄT					
Bond-Kuponrate (+)	3,938	4,565	6,413		
(in %)	(0,015)	(0,006)	(0,000)		
Bond-Restlaufzeit (+)	-1,706				
(in Jahren)	(0,297)				
Bond-Emissionsvolumen (-)	-5,731	-6,914	-5,999		
(in Mrd. EUR)	(0,041)	(0,003)	(0,023)		
Markttiefe 5Y CDS Spread (+)	0,109				
(in Anzahl von Banken)	(0,485)				
ANGEBOT IM CDS-MARKT					
Synthetische CDO-Transaktionen (+)					-0,133
(in Mrd. USD)					(0,000)
KREDITRISIKO					
iTraxx Europe 5Y CDS Index (-)		-0,180			
(in bps)		(0,000)			
5Y CDS Spread (-)			-0,195		
(in bps)			(0,000)		
Bond-RLZ-äquivalenter CDS Spread (-)					-0,230
(in bps)					(0,000)
FIRMENSPEZIFISCHE RISIKEN					
Aktienrendite (+)			0,184		
(in %)			(0,000)		
Aktienvolatilität (-)				-0,791	
(in %)				(0,327)	
MAKROÖKONOMISCHE RISIKEN					
3M EURIBOR-Volatilität (-)					0,981
(in %)					(0,285)
10Y Spotrate-Volatilität (-)					-0,863
(in %)					(0,255)
Achsenabschnitt α	-1,494	-0,890	-10,052	15,910	23,687
	(0,865)	(0,909)	(0,237)	(0,002)	(0,000)
Anzahl der Beobachtungen	11927	11927	11036	11036	11927
R^2 -within	0,0099	0,0991	0,2218	0,1071	0,2696
R^2 -between	0,0389	0,1301	0,2416	0,000	0,0677
R^2 -overall	0,0384	0,1201	0,2179	0,0321	0,1390

Diese Tabelle zeigt die Ergebnisse von fünf Paneldatenregressionen der Bewertungsunterschiede Δ_{it} (in bps) mit einer Random Effects-Spezifikation. Die erklärenden Variablen sind mit ihren gemäß Abschnitt 6.3 vermuteten Vorzeichen in Klammern (dahinter) angegeben. Die Schätzwerte für die Regressionsparameter sind mit ihren Firmencluster-robusten p -Werten in Klammern (darunter) angegeben. Durch die Berücksichtigung der Aktienrendite und der Aktienvolatilität in den Modellen (3) bzw. (4) verringert sich die Anzahl der Beobachtungen, da Abbey National und Vattenfall keine börsennotierten Unternehmen sind. Die Bestimmtheitsmaße R^2 -within, R^2 -between und R^2 -overall sind gemäß STATA definiert. Vgl. hierzu auch Verbeek (2004) S. 352-353.

schnittsregression in Longstaff, Mithal und Neis (2005) alle Liquiditätsproxies ein²⁹ mit der Ausnahme des Alters des Bonds, da es eine sehr hohe negative Korrelation mit der Restlaufzeit des Corporate Bonds aufweist. Sowohl die Kuponrate als auch das Emissionsvolumen des Corporate Bonds sind statistisch signifikant mit dem erwarteten positiven bzw. negativen Vorzeichen. Im Gegensatz zu Longstaff, Mithal und Neis (2005) und Levin, Perli und Zakrajsek (2005) hat die Restlaufzeit jedoch keinen statistisch signifikanten Einfluss auf den Bewertungsunterschied. Zusätzliche univariate Between- und Within-Regressionen des Bewertungsunterschiedes auf die Restlaufzeit zeigen, dass diese weder in der Querschnitts- noch in der Zeitdimension statistisch signifikant ist. Somit lässt sich also die im Abschnitt 6.3 aufgestellte Vermutung, dass der Bewertungsunterschied für länger laufende Corporate Bonds wegen ihrer geringeren Liquidität höher ist, in dem vorliegenden Fall nicht empirisch bestätigen.

Der Liquiditätsproxy für den CDS-Markt, die Markttiefe des fünfjährigen CDS Spreads ist statistisch nicht signifikant, was im scharfen Gegensatz zu Levin, Perli und Zakrajsek (2005) steht, die einen positiven Einfluss dieses Proxys in der Querschnittsdimension und einen negativen Einfluss in der Zeitdimension zwischen 2001 und 2005 diagnostizieren. Dieses Ergebnis scheint die Hypothese zu stützen, dass der CDS-Markt einen grundlegenden Reifeprozess durchlaufen hat, der seinen Höhepunkt im Jahre 2003 in der Veröffentlichung der 2003 ISDA Credit Derivative Definitions fand. Somit liegt die Vermutung nahe, dass die Ergebnisse von Levin, Perli und Zakrajsek (2005) diesen Reifeprozess zwischen den Jahren 2001 und 2003 widerspiegeln, der dann anschließend während der Untersuchungsperiode der vorliegenden Studie zwischen 2003 und 2005 abflachte.

Schließlich ergibt eine univariate Regression³⁰ des Bewertungsunterschiedes auf das Alter des Bonds, dass es in Übereinstimmung mit Longstaff, Mithal und Neis (2005) statistisch nicht signifikant ist.³¹

Das Regressionsmodell (2) kombiniert die zwei statistisch signifikanten Liquiditätsproxies aus dem Modell (1) mit dem iTraxx Europe Index, der das allgemeine Kreditrisiko im Gesamtmarkt reflektiert. Die Kuponrate und das Emissionsvolumen des Corporate Bonds bleiben statistisch signifikant mit denselben Vorzeichen wie im Modell (1). Der iTraxx Europe Index hat einen statistisch signifikanten negativen Einfluss auf den Bewertungsunterschied. Das bedeutet also, dass ein höheres Kreditrisiko im Gesamtmarkt

²⁹Vgl. Longstaff, Mithal und Neis (2005) S. 2242 Tabelle V.

³⁰Nicht in der Tabelle 6.3 enthalten.

³¹Vgl. Longstaff, Mithal und Neis (2005) S. 2243.

zu einem Rückgang des Bewertungsunterschiedes zwischen beiden Kreditmärkten führt. Dieser Zusammenhang bleibt auch dann bestehen, wenn der iTraxx Europe Index durch den fünfjährigen CDS Spread oder durch den CDS Spread mit derselben Restlaufzeit wie der Corporate Bond ersetzt wird.

Diese Ergebnisse weisen Parallelen zu den Ergebnissen der Studien von Huang und Huang (2002) und Cossin und Lu (2005) auf, die zu dem Schluss kommen, dass eine Verschlechterung der Kreditqualität eines Emittenten zu einem Rückgang derjenigen Komponenten in seinem Credit Spread führt, welche den Investor für andere Risiken als das Kreditrisiko entlohnend, wie z.B. das Liquiditätsrisiko. Die Verschlechterung der Kreditqualität drückt sich dabei im Falle von Huang und Huang (2002) durch ein schlechteres Emittentenrating³² und im Falle von Cossin und Lu (2005) durch einen höheren fünfjährigen CDS Spread des Emittenten³³ aus. In dem vorliegenden Fall führt also der Rückgang dieser Non-Default-Komponente im Credit Spread der Corporate Bonds insgesamt zu geringeren Bewertungsunterschieden. Somit stellt das vorliegende Ergebnis auch eine Verallgemeinerung des von Huang und Huang (2002) und Cossin und Lu (2005) gefundenen Zusammenhangs dar, da dieser nicht nur für den Fall des emittentenspezifischen Kreditrisikos gilt, sondern auch dann noch gültig bleibt, wenn das Kreditrisiko auf der Gesamtmarktebene betrachtet wird.

Das Regressionsmodell (3) stellt das Benchmarkmodell dar, welches unter Verwendung einer möglichst geringer Anzahl erklärender Variablen zu den höchsten Bestimmtheitsmaßen führt.³⁴ Alle vier erklärenden Variablen sind statistisch signifikant. Die zwei Liquiditätsproxies aus Modell (1) und der Kreditrisikoproxy, der fünfjährige CDS Spread weisen alle das erwartete Vorzeichen auf. Der vierte Proxy im Modell, die Aktienrendite hat ebenfalls den vermuteten positiven Einfluss auf den Bewertungsunterschied. Dieses Ergebnis ist auch im Einklang mit der Studie von Norden und Weber (2009), die zu dem Schluss kommt, dass CDS Spreads sensibler auf Änderungen der Aktienrenditen reagieren als Credit Spreads von Corporate Bonds. Ein Grund für die zeitliche Änderung des Bewertungsunterschiedes ist somit in den unterschiedlichen Sensitivitäten der beiden

³²Vgl. die Ergebnisse des Base Case in Huang und Huang (2002) S. 16 und S. 47 Tabelle 2.

³³Vgl. Cossin und Lu (2005) S. 12 und Tabelle 3 auf S. 26.

³⁴Dabei ist zu beachten, dass es sich bei R^2 -within, R^2 -between und R^2 -overall um keine Bestimmtheitsmaße, wie im Falle von OLS handelt, sondern um quadrierte Korrelationskoeffizienten, welche lediglich einen Anhaltspunkt über die Modellgüte liefern können. Für die genauen Definitionen vgl. Verbeek (2004) S. 352-353.

Kreditmärkte bezüglich Bewegungen im Aktienmarkt zu sehen.

Das Regressionsmodell (4) untersucht den Einfluss der historischen Aktienvolatilität zusammen mit dem Einfluss sämtlicher struktureller Faktoren. Somit wird im Modell zusätzlich zur Aktienvolatilität die maximale Bondpreisdifferenz zur Erfassung der CTD-Option und der Kontrahentenrisiko-Index und der einjährige Swap Spread zur Erfassung des Kontrahentenrisikos berücksichtigt. Zunächst wird deutlich, dass die im Modell (3) diagnostizierte unterschiedliche Sensitivität beider Kreditmärkte bezüglich Änderungen der Aktienrendite sich nicht auf deren historische Volatilität erstreckt. Das Vorzeichen der Aktienvolatilität ist zwar wie erwartet negativ, sie ist jedoch statistisch nicht signifikant.

Von den zwei Proxies zur Erfassung des Kontrahentenrisikos in CDS Spreads ist nur der Kontrahentenrisiko-Index statistisch signifikant. Er hat jedoch einen unerwarteten negativen Einfluss. Die Tatsache, dass der Kontrahentenrisiko-Index dasselbe Vorzeichen wie der iTraxx Europe Index im Modell (2) hat, deutet darauf hin, dass es während der Untersuchungsperiode keine hinreichende Änderung der Kreditqualität im Finanzsektor im Verhältnis zum Gesamtmarkt gegeben hat, die zu einer signifikanten Auswirkung auf CDS Spreads in Zusammenhang mit Kontrahentenrisiken führen konnte.

Schließlich zeigt sich für den Proxy zur Erfassung der CTD-Option, d.h. die maximale Bondpreisdifferenz, dass dieser keinen statistisch signifikanten Einfluss auf den Bewertungsunterschied hat. Dies steht in einem gewissen Gegensatz zu den Resultaten von Janakowitsch, Pullirsch und Veza (2008), die in der CTD-Option den wesentlichen Grund für das Vorliegen von Bewertungsunterschieden zwischen beiden Kreditmärkten ausmachen.

Das Regressionsmodell (5) erforscht den Einfluss der makroökonomischen Variablen zusammen mit dem Effekt synthetischer CDO-Transaktionen. Keiner der beiden makroökonomischen Variablen ist statistisch signifikant. Dies steht im gewissen Gegensatz zum Ergebnis von Levin, Perli und Zakrajsek (2005), die für den Fall der Volatilität der zehnjährigen Treasury-Yield einen positiven signifikanten Einfluss auf die Basis diagnostizieren, und daraus die Schlussfolgerung ziehen, dass der Corporate Bond-Markt sensibler auf makroökonomische Risiken reagiert als der CDS-Markt.³⁵ Die Ergebnisse in der vorliegenden Untersuchung können diesen Zusammenhang nicht bestätigen, da beide Kreditmärkte eine sehr ähnliche Sensitivität bezüglich beider makroökonomischer Proxies aufweisen, d.h. sowohl bezüglich der Volatilität des dreimonatigen EURIBORs als auch bezüglich

³⁵Vgl. Levin, Perli und Zakrajsek (2005) S. 21.

der Volatilität der zehnjährigen Spotrate. Des Weiteren erscheint im Lichte der Resultate von Norden und Weber (2009), die für den CDS-Markt eine schnellere Informationsverarbeitung als für den Corporate Bond-Markt diagnostizieren, unwahrscheinlich, dass der trägere Corporate Bond-Markt stärker auf Änderungen makroökonomischer Bedingungen reagiert als der CDS-Markt.

Schließlich ist das Volumen synthetischer CDO-Transaktionen statistisch signifikant jedoch mit einem unerwarteten negativen Vorzeichen. In einer univariaten Panelregression ist der Proxy jedoch nicht signifikant. Dies deutet insgesamt darauf hin, dass die durch synthetische CDO-Transaktionen herbeigeführten zeitlichen Angebotsschocks im CDS-Markt während der Untersuchungsperiode keine bedeutende Divergenz zwischen den beiden Kreditmärkten verursachen konnten.

6.5 Robustheitstests

Die Zielsetzung des letzten Abschnitts dieses Kapitels ist die Überprüfung der Robustheit der Ergebnisse der im Abschnitt 6.4 durchgeführten Paneldatenanalyse der Bewertungsunterschiede. Für diesen Zweck werden vier verschiedenen Tests durchgeführt.

Erstens wird der Einfluss der Entwicklung der zehnjährigen Spotrate-Kurve auf den Bewertungsunterschied untersucht. Dafür werden drei verschiedene Faktoren bzw. entsprechende Proxies herangezogen: (i) das Niveau der Spotrate-Kurve, erfasst durch die zehnjährige Spotrate, (ii) die Steigung der Spotrate-Kurve, wiedergegeben durch die Differenz zwischen der zehnjährigen und der einjährigen Spotrate, und schließlich (iii) die Krümmung der Spotrate-Kurve an der Stelle der fünfjährigen Restlaufzeit. Die Paneldatenregression der Bewertungsunterschiede Δ_{it} auf diese drei Proxies liefert nur einen sehr geringen Erklärungsgehalt, was darauf schließen lässt, dass beide Kreditmärkte eine vergleichbare Sensitivität bezüglich Änderungen der zehnjährigen Spotrate-Kurve aufweisen. Dieses Resultat ist auch konsistent mit dem Ergebnis des Regressionsmodells (5) in der Tabelle 6.3, das darauf hindeutet, dass beide Kreditmärkte sehr ähnlich auf Änderungen makroökonomischer Einflüsse reagieren.

Zweitens werden, um den Einfluss der Random Effects-Spezifikation auf die gefundenen Zusammenhänge zu überprüfen, die fünf Regressionsmodelle in der Tabelle 6.3 mit einer Fixed Effects-Spezifikation neu geschätzt. Dabei fallen die zeitinvarianten Proxies, wie

die Kuponrate und das Emissionsvolumen des Corporate Bonds im Zuge der Within-Transformation aus dem jeweiligen Modell heraus.³⁶ Die resultierenden Schätzwerte für die restlichen Regressionsparameter liegen dabei in allen fünf Modellen sehr nah an den entsprechenden Schätzwerten der Random Effects-Spezifikation.

Drittens wird der Einfluss des gewählten Kreditmodells auf die resultierenden Bewertungsunterschiede untersucht. Für diesen Zweck wird eine Panelregression (mit einer Random Effects-Spezifikation) des Bewertungsunterschiedes auf den Anpassungsfehler des Zinsmodells aus Abschnitt 5.2.1.2 und den Anpassungsfehler des Kreditmodells aus Abschnitt 5.2.2.2 durchgeführt. Der Fehler des Zinsmodells wird dabei als die Differenz zwischen der Spotrate am Markt und der Modell-Spotrate für dieselbe Restlaufzeit wie der Corporate Bond definiert.³⁷ Entsprechend wird auch der Fehler des Kreditmodells als die Differenz zwischen dem CDS Spread am Markt und dem Modell-CDS Spread für dieselbe Restlaufzeit wie der Corporate Bond definiert.³⁸ Für beide Modellfehler ergibt sich ein verschwindend geringer Erklärungsgehalt, was darauf hindeutet, dass die berechneten Bewertungsunterschiede nicht systematisch von der Anpassungsgüte des verwendeten Kreditmodells verzerrt sind.

Schließlich werden, um den Einfluss der Spezifikation des verwendeten Kreditmodells auf die im Abschnitt 6.4 gefundenen Zusammenhänge zu untersuchen, die Bewertungsunterschiede zwischen beiden Kreditmärkten auch mithilfe des im Abschnitt 5.2 kalibrierten Einfaktor- und Zweifaktor-Kreditmodells berechnet.³⁹ Anschließend werden die fünf Regressionsmodelle in der Tabelle 6.3 für die resultierenden Bewertungsunterschiede dieser beiden alternativen Modellspezifikationen neu geschätzt. Für das Zweifaktor-Kreditmodell ergeben sich dabei qualitativ ähnliche Ergebnisse wie im Fall des Dreifaktor-Kreditmodells.

³⁶Vgl. Verbeek (2004) S. 345-346 und Baltagi (2005) S. 13.

³⁷Genauer gesagt werden für nicht ganzzahlige Restlaufzeiten die Fehler mittels linearer Interpolation aus den Fehlern der zehn originären Laufzeiten geschätzt. Deskriptive Statistiken zu Letzteren liefern die letzten zwei Spalten der Tabelle 5.5.

³⁸Genauer gesagt werden für nicht ganzzahlige Restlaufzeiten die Fehler mittels linearer Interpolation aus den Fehlern der sechs originären Laufzeiten geschätzt. Deskriptive Statistiken zu Letzteren liefert die Tabelle 5.11 für jedes Unternehmen.

³⁹Wie bereits im Abschnitt 4.3 im Zuge der Parametrisierung der drei verschiedenen Kreditmodelle diskutiert, handelt es sich bei dem Einfaktor- und dem Zweifaktor-Kreditmodell lediglich um Sonderfälle des in diesem Kapitel verwendeten Dreifaktor-Kreditmodells, die darin bestehen, dass die Shortrate $r(t)$ in der Gleichung (4.7) als eine Einfaktor- bzw. Zweifaktor-Version des von Cox, Ingersoll und Ross (1985) entwickelten Zinsmodells spezifiziert wird.

Im Fall des Einfaktor-Kreditmodells ergeben sich jedoch deutlich unterschiedliche Regressionsergebnisse. Im Gegensatz zu den Resultaten des Zweifaktor- und des Dreifaktor-Kreditmodells sind einerseits die zwei Liquiditätsproxies, die Kuponrate und das Emissionsvolumen des Corporate Bonds nicht mehr statistisch signifikant, und andererseits werden die beiden makroökonomischen Variablen, die Volatilitäten des dreimonatigen EURIBORs und der zehnjährigen Spotrate statistisch signifikant. Dabei drängt sich die Vermutung auf, dass diese Verzerrung der Regressionsergebnisse durch den schlechten Fit des Einfaktor-CIR-Modells verursacht wird. Wie in der Tabelle 5.5 veranschaulicht, beträgt der durchschnittliche MAE über alle verfügbaren zehn Laufzeiten im Einfaktor-CIR-Modell 4,91 bps im Vergleich zu lediglich 0,77 bps im Dreifaktor-CIR-Modell. Eine univariate Panelregression des Bewertungsunterschiedes aus dem Einfaktor-Kreditmodell auf die Zeitreihe des Anpassungsfehlers des Einfaktor-CIR-Modells scheint diese Vermutung zu untermauern, da der Einfluss in diesem Fall statistisch signifikant ist und sich ein R^2 -within von 0,25 ergibt. Dieses letzte Resultat unterstreicht somit auch wie entscheidend es sein kann, sich bei der Durchführung empirischer Untersuchungen nicht auf zu sehr vereinfachte Kreditmodelle zu verlassen.

Kapitel 7

Marktrisikoprämien in Credit Default Swaps

Dieses Kapitel widmet sich der **zweiten Zielsetzung der vorliegenden Arbeit**¹, nämlich der Definition und Berechnung eines Maßes für die Marktrisikokomponente in Credit Default Swap Spreads und seiner empirischen Untersuchung. Hierzu verdeutlicht **Abschnitt 7.1** zunächst die theoretische Zerlegung von CDS Spreads in die Komponenten für erwartete Verluste, für die Ausfallrisikoprämie und für die Marktrisikoprämie, und definiert ein Maß zur Erfassung der Letzteren. Anschließend berechnet **Abschnitt 7.2** dieses Maß für die Marktrisikokomponente in den Credit Default Swap Spreads aller 29 Unternehmen aus dem in der Tabelle 5.2 vorgestellten Datensatz und diskutiert die Ergebnisse. **Abschnitt 7.3** stellt eine Reihe potentieller Einflussfaktoren auf die Marktrisikoprämie vor und legt entsprechende Proxies zu deren Erfassung fest. Schließlich führt **Abschnitt 7.4** eine Paneldatenanalyse der berechneten Marktrisikoprämien durch, um den Einfluss dieser Faktoren zu untersuchen. Anschließend werden die gefundenen Zusammenhänge ökonomisch interpretiert und einem Vergleich mit den Resultaten früherer Studien unterzogen.

¹Die Behandlung dieser ersten Zielsetzung der vorliegenden Arbeit und somit der Inhalt dieses Kapitels sind Gegenstand der Untersuchung von Entrop, Schiemert und Wilkens (2011).

7.1 Risikoprämien in CDS und Definition der Marktrisikoprämie

Um das in dieser Untersuchung verwendete Maß zur Erfassung der Komponente für die Marktrisikoprämie in CDS Spreads einzuführen, wird in diesem Abschnitt zunächst die Zerlegung des CDS Spreads in seine drei Bestandteile durchgeführt: **(i)** die Komponente für erwartete Verluste (**EL**)², **(ii)** die Komponente für die Ausfallrisikoprämie (**JTD**)³ und **(iii)** die Komponente für die Marktrisikoprämie (**MTM**)⁴. Der CDS Spread zum Zeitpunkt t mit der Kontraktlaufzeit τ lässt sich demnach aufspalten als

$$CDS(t, \tau) = \underbrace{CDS^{EL}(t, \tau)}_{CDS_{\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)} + \underbrace{CDS^{JTD}(t, \tau)}_{CDS_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)} + \underbrace{CDS^{MTM}(t, \tau)}_{CDS_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{Q}}(t, \tau)}, \quad (7.1)$$

wobei $CDS^{EL}(t, \tau)$, $CDS^{JTD}(t, \tau)$ und $CDS^{MTM}(t, \tau)$ die entsprechenden Spreadkomponenten für die erwarteten Verluste, für die Ausfallrisikoprämie und für die Marktrisikoprämie bezeichnen. Diese drei Spreadkomponenten werden dabei mithilfe der drei verschiedenen CDS Spreads $CDS_{\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$, $CDS_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$ und $CDS_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{Q}}(t, \tau)$ berechnet, welche auf drei verschiedenen Annahmen über die vergüteten Risikoprämien basieren. Da ein Protection Seller in einem CDS-Kontrakt für dieselben Risiken entlohnt wird wie ein Investor eines Corporate Bonds durch dessen Credit Spread⁵, werden die jeweiligen Bewertungsformeln für diese drei verschiedenen CDS Spreads zunächst am Beispiel von viel einfacher handhabbaren Corporate Zerobonds (CZB) verdeutlicht, bevor sie dann anschließend analog für die entsprechenden CDS Spreads präsentiert werden. Der Einfachheit halber wird bei den folgenden Herleitungen angenommen, dass der Shortrateprozess $r(t)$ sowohl von dem Prozess der realen Ausfallintensität $h^{\mathbb{P}}(t)$ als auch von dem Prozess der risikoneutralen Ausfallintensität $h(t)$ unabhängig ist. Des Weiteren wird an dieser Stelle noch einmal darauf hingewiesen, dass die Recovery Rate $REC(t)$ bezogen auf das Nominalvolumen⁶

²In der englischsprachigen Literatur wird der erwartete Verlust als *expected loss* (EL) bezeichnet.

³In der englischsprachigen Literatur wird die Ausfallrisikoprämie als *default event risk premium* oder *jump-to-default risk premium* (JTD) bezeichnet.

⁴In der englischsprachigen Literatur wird die Marktrisikoprämie als *spread risk premium* oder *mark-to-market risk premium* (MTM) bezeichnet.

⁵Mögliche Kontrahentenrisiken im CDS-Kontrakt werden an dieser Stelle außer Acht gelassen.

⁶Dabei handelt es sich um das Nominalvolumen des Corporate Bonds bzw. des CDS, welches im Folgenden eine Geldeinheit beträgt.

eine deterministische Funktion der Zeit t ist, wodurch keine Unsicherheiten bezüglich der zukünftigen Ausprägung dieser Größe bestehen und somit im Folgenden von damit verbundenen Risikoprämien abstrahiert werden kann.

(i) Spreadkomponente für die erwarteten Verluste CDS^{EL} . Die Spreadkomponente für die erwarteten Verluste kompensiert einen Marktteilnehmer für diejenigen zu erwartenden Verluste, welche sich auf der Grundlage von Ausfallwahrscheinlichkeiten ergeben, die sich von den in der Vergangenheit ereigneten Ausfällen ableiten lassen. Diese *realen Ausfallwahrscheinlichkeiten* können dabei aus von Ratingagenturen bereitgestellten historischen Ausfallraten⁷ oder aus KMV's expected default frequencies⁸ (EDFs) oder mithilfe von Bilanzkennzahlen⁹ geschätzt werden. Die realen Ausfallwahrscheinlichkeiten können jedoch nicht allein aus den Marktpreisen gehandelter Kreditinstrumente abgeleitet werden, da die auf diese Weise gewonnenen Schätzungen auf den Daten nicht ausgefallener Unternehmen basieren und somit, wie in Yu (2002) und Jarrow, Lando und Yu (2005) diskutiert, durch einen Survivorship Bias verzerrt wären.

Um die Spreadkomponente für die erwarteten Verluste herzuleiten, wird ein risikoneutraler Investor eines τ -jährigen Corporate Zerobonds betrachtet, d.h. ein Investor, der lediglich eine Kompensation für erwartete Verluste jedoch keine darüber hinausgehenden Risikoprämien verlangt. Dieser risikoneutrale Investor würde den Corporate Zerobond zum Zeitpunkt t mithilfe der beiden „Grundbausteine“ auf der rechten Seite der Gleichungen (4.1) und (4.2) bewerten als

$$\begin{aligned} CZB_{\tau}^{\mathbb{P}}(t, \tau) &= \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^{t+\tau} r(u) du \right) \right] \mathbb{E}_t^{\mathbb{P}} \left[\exp \left(- \int_t^{t+\tau} h^{\mathbb{P}}(u) du \right) \right] \\ &+ REC(t) \int_t^{t+\tau} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^u r(z) dz \right) \right] \mathbb{E}_t^{\mathbb{P}} \left[h^{\mathbb{P}}(u) \exp \left(- \int_t^u h^{\mathbb{P}}(z) dz \right) \right] du. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Der erste Term ist der Barwert des Nominalwertes von einer Geldeinheit, welcher am Laufzeitende zum Fälligkeitszeitpunkt $t + \tau$ zurückgezahlt wird, wobei der ausfallrisikofreie Diskontfaktor $\mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^{t+\tau} r(u) du \right) \right]$ mit der kumulativen τ -jährigen *realen Überlebenswahrscheinlichkeit*

$$\mathcal{S}^{\mathbb{P}}(t, \tau) := \mathbb{E}_t^{\mathbb{P}} \left[\exp \left(- \int_t^{t+\tau} h^{\mathbb{P}}(u) du \right) \right] \quad (7.3)$$

⁷Vgl. hierzu das Vorgehen von Driessen (2005).

⁸Vgl. Berndt, Douglas, Duffie, Ferguson und Schranz (2005).

⁹Vgl. Anderson (2008).

gewichtet wird. $h^{\mathbb{P}}(t)$ bezeichnet dabei die reale Ausfallintensität in t , die, wie oben diskutiert, aus historischen Daten geschätzt werden kann. Der zweite Term in der Bewertungsformel (7.2) ist der Barwert der Recovery-Zahlung bei einem Ausfall des Emittenten vor dem Fälligkeitszeitpunkt. Er beinhaltet die Dichtefunktion der realen Ausfallwahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt t ausgewertet an der Stelle $u > t$

$$f(u) := \mathbb{E}_t^{\mathbb{P}} \left[h^{\mathbb{P}}(u) \exp \left(- \int_t^u h^{\mathbb{P}}(z) dz \right) \right]. \quad (7.4)$$

Der untere Index $\mathbb{P}$ in der Bezeichnung $CZB_{\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$ deutet dabei an, dass der Preis des Corporate Zerobonds auf der realen Ausfallintensität $h^{\mathbb{P}}(t)$ basiert und der obere Index $\mathbb{P}$ zeigt an, dass die Bewertung auf der realen Verteilung der realen Ausfallintensität beruht. Insgesamt würde also der Credit Spread von $CZB_{\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$ lediglich aus einer Vergütung für erwartete Verluste bestehen und keine weiteren Risikokomponenten enthalten.

Im Folgenden wird angenommen, dass der betrachtete risikoneutrale Investor seine Position in $CZB_{\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$ mithilfe eines CDS absichern möchte. In diesem Fall wird er den CDS nach demselben Prinzip wie den Corporate Zerobond bewerten, d.h. auf der Grundlage der realen Überlebenswahrscheinlichkeiten als

$$CDS_{\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}(t, \tau) = \frac{[1 - REC(t)] \int_t^{t+\tau} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_t^u r(z) dz} \right] \mathbb{E}_t^{\mathbb{P}} \left[h^{\mathbb{P}}(u) e^{-\int_t^u h^{\mathbb{P}}(z) dz} \right] du}{\delta \sum_{n=1}^{4\tau} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_t^{T_n} r(u) du} \right] \mathbb{E}_t^{\mathbb{P}} \left[e^{-\int_t^{T_n} h^{\mathbb{P}}(u) du} \right] + \delta \sum_{n=1}^{4\tau} \int_{T_{n-1}}^{T_n} \frac{u - T_{n-1}}{T_n - T_{n-1}} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_t^u r(z) dz} \right] \mathbb{E}_t^{\mathbb{P}} \left[h^{\mathbb{P}}(u) e^{-\int_t^u h^{\mathbb{P}}(z) dz} \right] du}. \quad (7.5)$$

Folglich beinhaltet der gemäß diesen Annahmen berechnete CDS Spread $CDS_{\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$ lediglich eine Spreadkomponente für erwartete Verluste. Insgesamt entspricht also $CDS_{\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$, wie in der Zerlegung (7.1) illustriert, der gesuchten Komponente $CDS^{EL}(t, \tau)$.

(ii) Spreadkomponente für die Ausfallrisikoprämie CDS^{JTD} . Die Spreadkomponente für die Ausfallrisikoprämie kompensiert einen Marktteilnehmer für die Übernahme des Ausfallrisikos eines Emittenten. Auf der Grundlage von Ausfallintensitäten lässt sich diese Risikoprämie mithilfe eines zeitabhängigen Faktors $\mu(t) > 1$ darstellen, dessen Multiplikation mit der realen Ausfallintensität $h^{\mathbb{P}}(t)$ die *risikoneutrale Ausfallintensität* ergibt

$$h(t) = \mu(t) h^{\mathbb{P}}(t) = h^{\mathbb{P}}(t) + [\mu(t) - 1] h^{\mathbb{P}}(t). \quad (7.6)$$

Somit kompensiert die risikoneutrale Intensität $h(t)$ einen Marktteilnehmer (i) für die erwarteten Verluste mittels $h^{\mathbb{P}}(t)$ wie oben und (ii) für die Übernahme des Ausfallrisikos mittels einer additiven Intensitätskomponente $[\mu(t) - 1] h^{\mathbb{P}}(t)$, falls $\mu(t) > 1$ beträgt. Folglich ist es in diesem Sinne zu verstehen, dass der Quotient $\mu(t) = h(t)/h^{\mathbb{P}}(t)$ als

Ausfallrisikoprämie bezeichnet wird.¹⁰ Obwohl Jarrow, Lando und Yu (2005) theoretisch gezeigt haben, dass unter gewissen technischen Voraussetzungen die Ausfallrisikoprämie diversifizierbar ist, d.h. zu $\mu(t) = 1$ führt, lässt sich dieses theoretische Ergebnis nicht durch empirische Studien, wie z.B. Driessen (2005) und Berndt, Douglas, Duffie, Ferguson und Schranz (2005) untermauern, da diese zu einem Schätzwert $\mu(t) > 1$ kommen.

Um die Spreadkomponente für die Ausfallrisikoprämie herzuleiten, wird ein Investor eines Corporate Zerobonds betrachtet, der nicht nur eine Kompensation für erwartete Verluste, sondern auch eine Prämie für die Übernahme des Ausfallrisikos während der Laufzeit des Bonds verlangt. Der betrachtete Investor soll jedoch keine Prämie für unvorhersehbare Fluktuationen der risikoneutralen Intensität, welche nicht auf einen Ausfall beruhen, verlangen. Demzufolge wird dieser Investor anstatt den Corporate Zerobond auf der Grundlage der realen Intensität $h^{\mathbb{P}}(t)$ mithilfe der Formel (7.2) zu bewerten, dessen Bewertung auf der Grundlage der höheren risikoneutralen Intensität $h(t)$ durchführen. Da er jedoch keine zusätzliche Risikoprämie für unvorhersehbare Fluktuationen des Bondpreises aufgrund von Fluktuationen von $h(t)$ verlangt, wird er bei der Erwartungswertbildung die reale, d.h. die empirische Verteilung von $h(t)$ heranziehen. Somit wird dieser Investor den Corporate Zerobond in diesem Fall bewerten als

$$\begin{aligned} CZB_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{P}}(t, \tau) &= \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^{t+\tau} r(u) du \right) \right] \mathbb{E}_t^{\mathbb{P}} \left[\exp \left(- \int_t^{t+\tau} h(u) du \right) \right] \\ &+ REC(t) \int_t^{t+\tau} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^u r(z) dz \right) \right] \mathbb{E}_t^{\mathbb{P}} \left[h(u) \exp \left(- \int_t^u h(z) dz \right) \right] du. \end{aligned} \quad (7.7)$$

Die entsprechende kumulative τ -jährige Überlebenswahrscheinlichkeit, die dabei zur Anwendung kommt

$$\mathcal{PS}^{\mathbb{P}}(t, \tau) := \mathbb{E}_t^{\mathbb{P}} \left[\exp \left(- \int_t^{t+\tau} h(u) du \right) \right] \quad (7.8)$$

wird als *pseudo-reale Überlebenswahrscheinlichkeit*¹¹ bezeichnet. Die Bezeichnung des Corporate Zerobonds $CZB_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$ folgt dabei der in (7.2) festgelegten Systematik, wonach der untere Index $\mathbb{Q}$ die Bewertung des Corporate Zerobonds auf der Grundlage der risikoneutralen Intensität $h(t)$ anzeigt, und der obere Index $\mathbb{P}$ die dabei erfolgte Anwendung der realen Verteilung von $h(t)$ indiziert. Es ist naheliegend, dass die Komponente für die Ausfallrisikoprämie im Credit Spread dieses Corporate Zerobonds der Differenz zwischen

¹⁰Vgl. hierzu auch die Argumentation in Yu (2002) S. 72.

¹¹Vgl. Zhang (2008).

dem Credit Spread von $CZB_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$ in (7.7) und dem Credit Spread von $CZB_{\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$ in (7.2) entspricht.

Der betrachtete Investor würde den CDS nach demselben Prinzip wie im Fall der Formel (7.7), d.h. mithilfe der pseudo-realen Überlebenswahrscheinlichkeiten bewerten als¹²

$$CDS_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{P}}(t, \tau) = \frac{[1 - REC(t)] \int_t^{t+\tau} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_t^u r(z) dz} \right] \mathbb{E}_t^{\mathbb{P}} \left[h(u) e^{-\int_t^u h(z) dz} \right] du}{\delta \sum_{n=1}^{4\tau} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_t^{T_n} r(u) du} \right] \mathbb{E}_t^{\mathbb{P}} \left[e^{-\int_t^{T_n} h(u) du} \right] + \delta \sum_{n=1}^{4\tau} \int_{T_{n-1}}^{T_n} \frac{u - T_{n-1}}{T_n - T_{n-1}} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_t^u r(z) dz} \right] \mathbb{E}_t^{\mathbb{P}} \left[h(u) e^{-\int_t^u h(z) dz} \right] du} \quad (7.9)$$

Mithilfe der Bewertungsformeln (7.9) und (7.5) lässt sich die gesuchte Komponente für die Ausfallrisikoprämie im CDS Spread, wie in der Zerlegung (7.1) illustriert, darstellen als

$$CDS^{JTD}(t, \tau) = CDS_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{P}}(t, \tau) - CDS_{\mathbb{P}}^{\mathbb{P}}(t, \tau). \quad (7.10)$$

(iii) Spreadkomponente für die Marktrisikoprämie CDS^{MTM} . Die Spreadkomponente für die Marktrisikoprämie kompensiert einen Marktteilnehmer für unvorhersehbare Fluktuationen im Credit Spread bzw. im CDS Spread, die durch unvorhersehbare Fluktuationen der risikoneutralen Intensität $h(t)$ verursacht werden, welche jedoch nicht mit einem Ausfall des Gläubigers bzw. der Reference Entity in Zusammenhang stehen.

Um schließlich die Spreadkomponente für die Marktrisikoprämie herzuleiten, wird ein Investor betrachtet, der zusätzlich zu den oben verlangten Kompensationen für erwartete Verluste und für das Ausfallrisiko auch noch eine Vergütung für diese unvorhersehbaren Fluktuationen der risikoneutralen Intensität, die zu Marktpreisschwankungen des zugrundeliegenden Kreditinstruments führen, verlangt. Anstatt wie in der Bewertungsformel (7.7) die reale, d.h. empirische Verteilung der risikoneutralen Intensität zur Bewertung des Corporate Zerobonds heranzuziehen¹³, wird der Investor auf die Anwendung einer anderen Verteilung, der risikoneutralen Verteilung bestehen¹⁴. Der Unterschied zwischen diesen beiden Verteilungen ist ein Ausdruck für die Risikoaversion des Investors bezüglich solcher unvorhersehbarer Marktpreisschwankungen und somit also ein Ausdruck für die Marktrisikoprämie selbst.

¹²Diese Bewertungsformel (7.9) ist dabei im Grunde identisch zur Bewertungsformel (10) in Pan und Singleton (2008) S. 2369, da die Autoren eine deterministische Shortrate benutzen.

¹³Das äußert sich in der Bewertungsformel (7.7) durch die Erwartungswertbildung bezüglich $\mathbb{P}$.

¹⁴Das bedeutet für die resultierende Bewertungsformel also eine Erwartungswertbildung bezüglich $\mathbb{Q}$.

Dieser Maßwechsel von $\mathbb{P}$ zu $\mathbb{Q}$ mithilfe des *Marktpreis des Risikos*¹⁵ führt zu einer höheren erwarteten risikoneutralen Intensität, dadurch zu einem höheren Credit Spread und schließlich zu einem geringeren Marktpreis des Corporate Zerobonds

$$\begin{aligned} CZB_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{Q}}(t, \tau) &= \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^{t+\tau} r(u) du \right) \right] \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^{t+\tau} h(u) du \right) \right] \\ &+ REC(t) \int_t^{t+\tau} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^u r(z) dz \right) \right] \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[h(u) \exp \left(- \int_t^u h(z) dz \right) \right] du. \end{aligned} \quad (7.11)$$

Die kumulative τ -jährige Überlebenswahrscheinlichkeit, die in der Formel (7.11) zur Anwendung kommt

$$\mathcal{S}^{\mathbb{Q}}(t, \tau) := \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^{t+\tau} h(u) du \right) \right] \quad (7.12)$$

wird als die *risikoneutrale Überlebenswahrscheinlichkeit* bezeichnet. Die verwendete Bezeichnung $CZB_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{Q}}(t, \tau)$ suggeriert dabei den obigen Maßwechsel gegenüber der Formel in (7.7), indem der obere Index nicht mehr $\mathbb{P}$ sondern $\mathbb{Q}$ ist, und somit die Anwendung der risikoneutralen Verteilung von $h(t)$ indiziert. Der untere Index $\mathbb{Q}$ deutet dabei wie in (7.7) an, dass die Bewertung auf der risikoneutralen Intensität beruht. Die Komponente für die Marktrisikoprämie im Credit Spread dieses Corporate Zerobonds entspricht der Differenz zwischen dem Credit Spread von $CZB_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{Q}}(t, \tau)$ in (7.11) und dem Credit Spread von $CZB_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$ in (7.7).

Den entsprechenden CDS würde der betrachtete Investor gemäß demselben Prinzip, d.h. mithilfe der risikoneutralen Überlebenswahrscheinlichkeiten bewerten als

$$CDS_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{Q}}(t, \tau) = \frac{[1 - REC(t)] \int_t^{t+\tau} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_t^u r(z) dz} \right] \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[h(u) e^{-\int_t^u h(z) dz} \right] du}{\delta \sum_{n=1}^{4\tau} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_t^{T_n} r(u) du} \right] \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_t^{T_n} h(u) du} \right] + \delta \sum_{n=1}^{4\tau} \int_{T_{n-1}}^{T_n} \frac{u - T_{n-1}}{T_n - T_{n-1}} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_t^u r(z) dz} \right] \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[h(u) e^{-\int_t^u h(z) dz} \right] du}. \quad (7.13)$$

Diese Bewertungsformel für $CDS_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{Q}}(t, \tau)$ entspricht dabei aufgrund der angenommenen Unabhängigkeit der Prozesse für die Shortrate und für die risikoneutrale Intensität der Bewertungsformel in (4.5). Mithilfe der Bewertungsformeln (7.13) und (7.9) lässt sich schließlich die gesuchte Komponente für die Marktrisikoprämie im CDS Spread, wie in

¹⁵Im vorliegenden Fall erfolgt die genaue Spezifikation des Marktpreis des Risikos im Abschnitt 4.3 bei der Parametrisierung des Kreditmodells in der Gleichung (4.11). Der Marktpreis des Risikos stellt die Verbindung zwischen der realen Verteilung der risikoneutralen Intensität, wiedergegeben durch die stochastischen Differentialgleichungen in (4.8) und (4.9), und ihrer risikoneutralen Verteilung, wiedergegeben durch die stochastischen Differentialgleichungen in (4.12) und (4.13). Dabei ist natürlich auch gleichzeitig die Spezifikation der risikoneutralen Intensität in (4.14) zu beachten.

der Zerlegung (7.1) illustriert, darstellen als

$$CDS^{MTM}(t, \tau) = CDS_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{Q}}(t, \tau) - CDS_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{P}}(t, \tau). \quad (7.14)$$

Da also gemäß (7.14) die Komponente für die Marktrisikoprämie im CDS Spread lediglich auf die Anwendung zweier verschiedener Überlebenswahrscheinlichkeiten zurückgeführt werden kann, lässt sich diese Komponente wie in Zhang (2008) durch die Abweichung zwischen diesen beiden Überlebenswahrscheinlichkeiten, d.h. durch die Abweichung zwischen der pseudo-realen Überlebenswahrscheinlichkeit in (7.8) und der risikoneutralen Überlebenswahrscheinlichkeit in (7.12), erfassen. Unter Ausnutzung der im Abschnitt 4.3 erfolgten Parametrisierung des verwendeten Kreditmodells lassen sich für diese beiden Überlebenswahrscheinlichkeiten geschlossene Lösungen finden. Die in der Gleichung (7.8) definierte kumulative τ -jährige pseudo-reale Überlebenswahrscheinlichkeit kann als

$$\mathcal{PS}^{\mathbb{P}}(t, \tau) = \exp \left(\mathcal{A}^{\mathbb{P}}(\tau) - \sum_{i=1}^3 \mathcal{B}_i^{\mathbb{P}}(\tau) X_i(t) - \mathcal{B}_z^{\mathbb{P}}(\tau) Z(t) \right) \quad (7.15)$$

dargestellt werden, und die in der Gleichung (7.12) definierte kumulative τ -jährige risikoneutrale Überlebenswahrscheinlichkeit ergibt sich als

$$\mathcal{S}^{\mathbb{Q}}(t, \tau) = \exp \left(\mathcal{A}^{\mathbb{Q}}(\tau) - \sum_{i=1}^3 \mathcal{B}_i^{\mathbb{Q}}(\tau) X_i(t) - \mathcal{B}_z^{\mathbb{Q}}(\tau) Z(t) \right), \quad (7.16)$$

wobei sich die genauen Einzelheiten zu den Funktionen $\mathcal{A}^{\mathbb{P}}$, $(\mathcal{B}_i^{\mathbb{P}})_{i=1,2,3}$, $\mathcal{B}_z^{\mathbb{P}}$, $\mathcal{A}^{\mathbb{Q}}$, $(\mathcal{B}_i^{\mathbb{Q}})_{i=1,2,3}$ und $\mathcal{B}_z^{\mathbb{Q}}$ sich im Anhang A.4 befinden. Die entsprechenden *annualisierten* kumulativen τ -jährigen pseudo-realen und risikoneutralen *Ausfallwahrscheinlichkeiten* ergeben sich daraus als

$$\mathcal{PD}^{\mathbb{P}}(t, \tau) := [1 - \mathcal{PS}^{\mathbb{P}}(t, \tau)]^{\frac{1}{\tau}} \quad \text{und} \quad \mathcal{D}^{\mathbb{Q}}(t, \tau) := [1 - \mathcal{S}^{\mathbb{Q}}(t, \tau)]^{\frac{1}{\tau}}. \quad (7.17)$$

Wie in Zhang (2008) wird das in dieser Arbeit definierte Maß für die Marktrisikoprämie in CDS Spreads als die Abweichung zwischen diesen beiden Ausfallwahrscheinlichkeiten für die einjährige Laufzeit definiert. Somit ergibt sich also die Marktrisikoprämie für das Unternehmen j zum Zeitpunkt t als

$$\mathbf{\Pi}_{jt} := [\mathcal{D}_j^{\mathbb{Q}}(t, \tau) - \mathcal{PD}_j^{\mathbb{P}}(t, \tau)]_{\tau=1}. \quad (7.18)$$

7.2 Empirische Ergebnisse

Die in der Gleichung (7.18) definierte einjährige Marktrisikoprämie in CDS Spreads $\mathbf{\Pi}_{jt}$ lässt sich mithilfe der im Abschnitt 5.2 geschätzten Zins- und Intensitätsparametern für

jedes der 29 Unternehmen aus dem in der Tabelle 5.2 vorgestellten Datensatz berechnen.¹⁶ Die Tabelle 7.1 liefert eine Reihe deskriptiver Statistiken der resultierenden Marktrisikoprämien Π_{jt} (in bps). Zunächst lässt sich der untersten Zeile entnehmen, dass die durchschnittliche Marktrisikoprämie in den CDS Spreads aller 29 Unternehmen 8,25 bps beträgt. Dieser positive Schätzwert deutet somit darauf hin, dass Protection Seller im Durchschnitt eine Risikoprämie für unvorhersehbare Schwankungen in CDS Spreads, welche durch unvorhersehbare Fluktuationen der risikoneutralen Intensität verursacht werden, verlangen, und dass Protection Buyer im Durchschnitt bereit sind, diese Risikoprämie zu entrichten.

Auf der Ebene der einzelnen Unternehmen ergibt sich jedoch ein etwas anderes Bild. Im Falle von sieben der insgesamt 29 untersuchten Unternehmen wird die resultierende Marktrisikoprämie im Zeitverlauf negativ. Bei diesen sieben Unternehmen handelt es sich um Allied Domecq, BAT, Carrefour, Casino Guichard, Gallaher, Telefónica und Volvo. Dieses Ergebnis ähnelt jedoch den Resultaten früherer Studien. So finden Liu, Longstaff und Mandell (2006) eine durchschnittliche Marktrisikoprämie von -2 bps in den erwarteten instantanen Renditen einjähriger künstlicher Zerobonds, welche das Kreditrisiko am Swap-Markt abbilden.¹⁷ Des Weiteren wird in der Studie von Pan und Singleton (2008) die Komponente für die Marktrisikoprämie in den einjährigen Sovereign CDS Spreads von Mexiko, Südkorea und der Türkei gegen Ende der betrachteten Untersuchungsperiode ebenfalls negativ.¹⁸

Einen Anhaltspunkt dafür, wieso die Marktrisikoprämien dieser sieben Unternehmen während der Untersuchungsperiode negativ werden, kann die Funktionalform der Driftänderung der risikoneutralen Intensität $h(t)$ liefern. Diese Driftänderung ergibt sich dabei im Zuge des Maßwechsels von der realen Verteilung zu der risikoneutralen Verteilung von $h(t)$. Gegeben also die Spezifikation des Marktpreis des Risikos durch die Gleichung (4.11), der die Verbindung zwischen der realen und der risikoneutralen Verteilung der risikoneutra-

¹⁶Dies geschieht unter Ausnutzung der Formeln (7.15), (7.16) und (7.17), wobei die Schätzwerte für die Zeitreihen der Zustandsvariablen X_1 , X_2 , X_3 und Z_j für jedes Unternehmen j natürlich ebenfalls in die Berechnungen einfließen.

¹⁷Vgl. Liu, Longstaff und Mandell (2006) S. 2354 Tabelle 4, wobei zu beachten ist, dass die Marktrisikoprämie der unteren Schranke für die zusammengesetzte Komponente aus Ausfall- und Marktrisikoprämie entspricht. Dabei ergibt sich diese untere Schranke durch die Gleichsetzung der realen und der risikoneutralen Intensitäten, was eine Ausfallrisikoprämie von Null impliziert. Vgl. hierzu auch den Literaturüberblick im Abschnitt 3.2 der vorliegenden Arbeit.

¹⁸Vgl. hierzu Pan und Singleton (2008) S. 2370 Abbildung 7.

Tabelle 7.1: Deskriptive Statistiken der Marktrisikoprämien Π_{jt}

Unternehmen	$\emptyset$	MAD	StdAbw.	Schief	Kurtosis	Min	1. Quartil	Median	3. Quartil	Max
Abbey National	3,48	3,48	1,40	0,91	0,34	1,47	2,44	3,31	4,05	7,41
Allianz	9,55	9,55	2,68	1,26	1,06	5,16	8,38	8,87	9,57	17,03
Allied Domecq	0,55	2,15	2,87	1,05	0,81	-3,37	-1,86	0,01	1,69	10,50
Arcelor	16,87	16,87	3,40	-1,01	0,98	6,73	15,31	17,60	18,98	23,74
Hypo-Vereinsbank	14,68	14,68	5,58	1,14	0,20	8,45	10,58	12,31	16,47	30,42
BAT	0,15	5,14	6,39	1,15	0,94	-9,03	-4,16	-2,50	4,52	22,95
Carrefour	-1,29	2,16	2,29	0,52	-0,03	-5,11	-3,06	-1,56	0,20	5,06
Casino Guichard	-1,67	4,72	5,50	1,48	1,54	-8,16	-4,87	-3,77	-0,01	14,66
Commerzbank	14,78	14,78	6,12	1,46	0,86	8,42	11,30	12,54	14,69	32,23
St. Gobain	10,02	10,02	3,11	-0,28	0,44	1,70	8,77	10,08	11,44	16,61
DaimlerChrysler	19,95	19,95	7,48	0,04	-0,80	7,13	15,66	19,49	25,39	36,48
Danone	5,87	5,87	1,39	-1,44	2,44	1,11	5,33	6,14	6,69	7,77
Deutsche Bank	6,98	6,98	1,21	0,60	0,45	4,57	6,52	6,90	7,24	10,18
France Télécom	12,10	12,10	5,32	0,64	0,58	0,75	9,66	11,39	13,91	25,58
Gallaher	-0,76	2,89	3,11	0,61	-0,93	-5,34	-2,90	-1,75	2,38	5,62
Iberdrola	6,36	6,36	2,49	-0,04	-0,36	0,41	4,84	6,21	8,30	11,35
ING	5,57	5,57	0,81	-0,25	0,28	3,74	5,23	5,66	6,01	7,61
Investor	14,11	14,11	3,21	-0,20	0,18	6,19	12,81	14,35	15,56	21,43
KPN	13,26	13,26	6,11	0,84	-0,06	3,66	9,09	12,16	16,12	28,41
Lafarge	8,92	8,92	5,29	1,22	0,85	2,72	5,48	7,17	10,40	25,30
LVMH	13,37	13,37	3,85	-1,03	1,21	1,48	12,17	14,06	15,54	19,95
Repsol	12,40	12,40	4,10	-0,50	0,89	0,72	11,05	12,70	14,39	22,34
Rolls-Royce	14,13	14,13	3,63	-1,24	1,83	2,29	13,14	14,99	16,09	20,61
RWE	8,93	8,93	3,62	0,27	-0,48	1,56	6,70	8,36	11,96	17,14
Telefónica	-0,68	2,66	3,21	1,30	0,92	-4,53	-3,16	-1,48	0,58	8,27
Vattenfall	9,00	9,00	1,88	-0,97	1,09	3,27	8,53	9,27	10,08	12,12
Vodafone	8,02	8,02	3,74	0,27	-0,77	0,75	5,01	7,27	10,97	16,20
Volvo	9,65	9,78	3,72	-1,31	1,75	-2,56	8,21	10,64	12,15	14,75
Wolters Kluwer	4,83	4,83	1,16	0,62	0,61	2,71	4,08	4,72	5,38	8,24
Alle Unternehmen	8,25	9,06	7,05	0,31	0,35	-9,03	4,07	8,09	12,60	36,48

Diese Tabelle präsentiert deskriptive Statistiken der resultierenden einjährigen Marktrisikoprämien (in bps), wobei die zugrundeliegende Zeitreihe für jedes der 29 Unternehmen aus 106 wöchentlichen Beobachtungen besteht. Die einjährige Marktrisikoprämie für das Unternehmen j zum Zeitpunkt t definiert sich dabei als

$$\Pi_{jt} := \left[\mathcal{D}_j^Q(t, \tau) - \mathcal{PD}_j^P(t, \tau) \right]_{\tau=1},$$

wobei $\mathcal{D}_j^Q(t, \tau = 1)$ die kumulative einjährige risikoneutrale Ausfallwahrscheinlichkeit des Unternehmens j zum Zeitpunkt t bezeichnet, und $\mathcal{PD}_j^P(t, \tau = 1)$ für die kumulative einjährige pseudo-reale Ausfallwahrscheinlichkeit desselben Unternehmens steht. $\emptyset$ bezeichnet den Durchschnittswert von Π_{jt} , und MAD steht für die mittlere absolute Abweichung (Mean Absolute Deviation) zwischen $\mathcal{D}_j^Q(t, \tau = 1)$ und $\mathcal{PD}_j^P(t, \tau = 1)$.

len Intensität festlegt, lässt sich die Driftänderung der risikoneutralen Intensität $h_j(t)$ des Unternehmens j im Zuge des Maßwechsels darstellen als¹⁹

$$\pi_j(t) := \Lambda_{1,j}[-\lambda_1 X_1(t)] + \Lambda_{2,j}[-\lambda_2 X_2(t)] + \Lambda_{3,j}[-\lambda_3 X_3(t)] + [-\lambda_{z,j} Z_j(t)]. \quad (7.19)$$

Die eckigen Klammern in (7.19) sind dabei stets nichtnegativ, da einerseits $\lambda_i < 0$ für alle $i = 1, 2, 3$ und $\lambda_{z,j} < 0$ für alle Unternehmen $j = 1, \dots, 29$ gilt²⁰ und andererseits $X_i(t) \geq 0$ für alle $i = 1, 2$,²¹ und $Z_j(t) > 0$ für alle Unternehmen $j = 1, \dots, 29$ während der gesamten Untersuchungsperiode $t = 1, \dots, 106$ erfüllt ist. Folglich kann die Driftänderung $\pi_j(t)$ nur für hinreichend negative Schätzwerte für die Parameter $\Lambda_{i,j}$ (mit $i = 1, 2, 3$), welche die Korrelation zwischen dem Shortrate- und dem risikoneutralen Intensitätsprozess determinieren, einen negativen Wert annehmen. Ein negativer Wert für $\pi_j(t)$ impliziert somit einen niedrigeren Driftterm für $h(t)$ unter seiner risikoneutralen Verteilung als unter seiner realen Verteilung. Unter Anwendung der im Abschnitt 7.1 eingeführten Bezeichnungen kann diese negative Driftänderung somit insgesamt zu $CDS_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{Q}}(t, \tau) < CDS_{\mathbb{Q}}^{\mathbb{P}}(t, \tau)$ führen, und gemäß der Gleichung (7.14) in einer negativen Marktrisikokomponente im CDS Spread, d.h. in $CDS^{MTM}(t, \tau) < 0$ resultieren.

Nach diesen Ausführungen ist es auch nicht verwunderlich, dass alle diese sieben Unternehmen, für welche die Marktrisikoprämie während der Untersuchungsperiode negativ wird, zwei oder drei negative Schätzwerte für die Parameter Λ_i (mit $i = 1, 2, 3$) aufweisen.²² Da die Implikation dieses Resultats, dass Protection Seller bereit sind, für die Übernahme von Marktrisiken eine Prämie zu zahlen, anstatt eine zu verlangen, ökonomisch implausibel erscheint, werden diese sieben Unternehmen in den folgenden empirischen Untersuchungen dieses Kapitels nicht weiter berücksichtigt.

Für die restlichen 22 Unternehmen ergibt sich eine durchschnittliche Marktrisikoprämie von 10,60 bps. Die geringste durchschnittliche Marktrisikoprämie ergibt sich für Abbey National mit 3,48 bps und die höchste für DaimlerChrysler mit 19,95 bps. Die Tabelle 7.1

¹⁹Gegeben die Definition der risikoneutralen Intensität in der Gleichung (4.14), wird ihre reale Verteilung durch die stochastischen Differentialgleichungen in (4.8) und (4.9) festgelegt, und ihre risikoneutrale Verteilung durch die stochastischen Differentialgleichungen in (4.12) und (4.13) charakterisiert.

²⁰Vgl. hierzu die Schätzergebnisse für die Zinsparameter in der letzten Spalte der Tabelle 5.3 und die Schätzergebnisse für die Intensitätsparameter in der fünften Spalte der Tabelle 5.8.

²¹Die Nichtnegativität der geschätzten Zeitreihen für $X_1(t)$, $X_2(t)$ und $X_3(t)$ lässt sich auch aus dem oberen rechten Graphen der Abbildung 5.2 erkennen.

²²Vgl. hierzu die Schätzergebnisse für die Intensitätsparameter in den letzten drei Spalten der Tabelle 5.8.

offenbart eine starke Variabilität der Marktrisikoprämien auch in der Zeitdimension. Die höchste Standardabweichung ergibt sich dabei für DaimlerChrysler mit 7,48 bps, dessen Marktrisikoprämie sich zwischen 7,13 bps und 36,48 bps bewegt. Die geringste Standardabweichung ergibt sich für ING mit lediglich 0,81 bps, dessen Marktrisikoprämie von 3,74 bps bis 7,61 bps reicht.

7.3 Einflussfaktoren auf die Marktrisikoprämie

Nachdem Abschnitt 7.2 die Marktrisikoprämien Π_{jt} berechnet hat, ist das Ziel dieses Abschnittes, verschiedene potentielle Einflussfaktoren auf die Marktrisikoprämie vorzustellen, zu deren Erfassung geeignete Proxies festzulegen und ihre vermuteten Einflüsse zu diskutieren, bevor diese Vermutungen anschließend im Abschnitt 7.4 tatsächlich empirisch überprüft werden. Die potentiellen Einflussfaktoren auf die Marktrisikoprämien der 22 verbliebenen Unternehmen lassen sich in fünf Gruppen bestehend aus jeweils zwei Faktoren einteilen.

(1) Kreditrisiko. Die erste Gruppe von Einflussfaktoren erfasst Kreditrisiken auf zwei verschiedenen Ebenen. Der erste Faktor, der iTraxx Europe Index für die fünfjährige Laufzeit, erfasst das allgemeine Kreditrisiko auf der Gesamtmarktebene und wird im Folgenden als ein Proxy für die Nachfrage der Marktteilnehmer nach Kreditinvestments im EUR-denominierten Corporate Investment Grade-Sektor aufgefasst. Ein höherer (niedriger) Indexwert wird dabei als Indiz für eine geringere (höhere) Nachfrage aufgefasst. Da wie im Abschnitt 6.3 erwähnt, der iTraxx Europe Index erst in der zweiten Jahreshälfte von 2004 aufgelegt wurde, wird er aus den fünfjährigen CDS Spreads derjenigen 121 der insgesamt 125 iTraxx-Unternehmen zurückgerechnet, für die zuverlässige CDS Spreads verfügbar sind.

Der zweite Proxy, der einjährige Swap Spread, soll das Kreditrisiko auf der Ebenen des Finanzsektors erfassen. Der einjährige Swap Spread wird definiert als die Differenz zwischen der einjährigen EUR-Swaprate und der einjährigen Spotrate, wobei die Spotrate, wie im Abschnitt 5.1 diskutiert, von der Deutschen Bundesbank mithilfe der Methode von Svensson (1994) aus den Renditen deutscher Bundesanleihen geschätzt wird.

Höhere Werte für diese beiden Proxies deuten auf erhöhte Risiken an den Kreditmärkten bzw. auf eine geringere Nachfrage der Marktteilnehmer nach Kreditinvestments und führen somit vermutlich zu höheren Marktrisikoprämien.

(2) Aktienmarktrisiko. Die zweite Gruppe von Einflussfaktoren erfasst Risiken, welche sich aus potentiellen Marktpreisänderungen von Aktien auf der Gesamtmarktebene ergeben. Der erste Proxy ist die Wochenrendite des Euro Stoxx 50 Aktienindex. Eine höhere Indexrendite wird dabei als ein Indikator für eine geringere Risikoeinschätzung aufgefasst, was sich in geringeren Marktrisikoprämien im CDS-Markt niederschlagen sollte.

Der zweite Proxy ist der Euro Stoxx 50 Volatilitätsindex (VSTOXX). Der VSTOXX-Index misst die 30-tägige implizite Volatilität des Euro Stoxx 50 Aktienindex, und wird von der Indexemittentin STOXX AG aus Indexoptionen berechnet. Die Berücksichtigung des VSTOXX folgt dabei dem Beispiel von Pan und Singleton (2008), die den CBOE VIX Volatilitätsindex in ihre Untersuchung einbeziehen. Der CBOE VIX Volatilitätsindex misst die 30-tägige implizite Volatilität des S&P 500 Aktienindex und wird ebenfalls aus Indexoptionen berechnet. Die Autoren betrachten den VIX Volatilitätsindex als einen zentralen Indikator für den Appetit der Marktteilnehmer auf *Event Risk* an den Kreditmärkten.²³ Event Risk bezeichnet dabei das Risiko eines unerwarteten bedeutenden Ereignisses, welches zu heftigen Marktpreisschwankungen führen kann. Ähnlich zum Vorgehen von Pan und Singleton (2008), dient der VSTOXX als ein Euroraum-spezifisches Maß für den Appetit der Marktteilnehmer auf Event Risk. Somit führen höhere Indexwerte vermutlich zu höheren Marktrisikoprämien in den CDS Spreads, da die Protection Seller am CDS-Markt eine höhere Kompensation für Event Risk verlangen.

(3) Firmenspezifische Risiken. Die dritte Gruppe von Einflussfaktoren erfasst, ähnlich wie im Kapitel 6 bei der Untersuchung der Bewertungsunterschiede zwischen dem CDS- und dem Corporate Bond-Markt, unternehmensspezifische Risiken durch den Aktienmarkt. Bei den beiden Proxies handelt es sich demnach wieder um die wöchentliche Aktienrendite und um die vierwöchige historische Volatilität der täglichen Aktienrenditen. Eine positive Aktienrendite lässt dabei auf ein geringeres unternehmensspezifisches Risiko schließen, was sich in einer geringeren Marktrisikoprämie in den CDS Spreads bemerkbar machen sollte. Andererseits deutet eine höhere Volatilität der Aktienrenditen auf ein entsprechend höheres Risiko hin, was sich in einer höheren Marktrisikoprämie niederschlagen sollte. Diese Vermutungen basieren auf den Ergebnissen von Norden und Weber (2009), die für den Aktienmarkt eine schnellere Informationsverarbeitung diagnostizieren als für den CDS-Markt.²⁴

²³Vgl. Pan und Singleton (2008) S. 2374-2375.

²⁴Vgl. Norden und Weber (2009) S. 540-546.

(4) Makroökonomische Risiken. Die vierte Gruppe von Einflussfaktoren bildet ebenfalls wie im Kapitel 6 makroökonomische Risiken ab. Bei den beiden Proxies handelt es sich demnach um die vierwöchige historische Volatilität des dreimonatigen EURIBORs und um die vierwöchige historische Volatilität der zehnjährigen Spotrate, wobei Erstere Unsicherheiten bezüglich den Entscheidungen von Zentralbanken und Letztere Inflationsrisiken erfassen soll. Höhere Werte dieser beiden Proxies, die auf entsprechend höhere makroökonomischen Unsicherheiten hindeuten, wirken sich vermutlich in höheren Marktrisikoprämien am CDS-Markt aus.

(5) Bedingungen am CDS-Markt. Schließlich handelt es sich bei der fünften und letzten Gruppe von Einflussfaktoren um Kontrollvariablen, die den Einfluss von Liquidität und den Einfluss der Angebots- und Nachfragesituation am CDS-Markt bereinigen sollen. Bei der Kontrollvariablen für die Liquiditätssituation am CDS-Markt handelt es sich um die von Markit gelieferte Markttiefe des fünfjährigen CDS Spreads, definiert als die Anzahl der Banken, auf deren CDS-Quotes der von Markit berechnete fünfjährige CDS Spread basiert.²⁵ Dabei sorgt eine höhere Markttiefe vermutlich zu geringeren Unsicherheiten bezüglich liquiditätsbedingten Fluktuationen im CDS Spread und führt somit vermutlich zu einer geringeren Marktrisikoprämie.

Als Kontrollvariable für die Angebots- und Nachfragesituation am CDS-Markt wird das bereits im Kapitel 6 berücksichtigte Volumen synthetischer CDO-Transaktionen herangezogen. Wie bereits dort erläutert, können solche Transaktionen, dadurch dass sie auf einem Portfolio von CDS verschiedener Unternehmen basieren, zum Zeitpunkt da sie stattfinden einen massiven Angebotsschock im CDS-Markt auslösen und zu einer Verengung der CDS Spreads der Unternehmen aus dem zugrundeliegenden Portfolio führen.²⁶ Die monatlichen Emissionsvolumina synthetischer CDOs stammen aus der CreditFlux-Datenbank. Um die monatliche Zeitreihe in eine wöchentliche umzuwandeln, wird eine Gleichverteilung der Emissionsvolumina innerhalb des betrachteten Monats unterstellt. Ein höheres Emissionsvolumen übt vermutlich einen höheren Druck auf CDS Spreads aus und führt infolgedessen vermutlich auch zu geringeren Marktrisikoprämien.

²⁵Die Markttiefe des fünfjährigen CDS Spreads wurde auch im Kapitel 6 bei der Erklärung der Bewertungsunterschiede zwischen dem CDS- und dem Corporate Bond-Markt als erklärende Variable herangezogen.

²⁶Vgl. O’Kane und McAdie (2001) S. 13 und Hjort (2003) S. 43-44.

7.4 Paneldatenanalyse der Marktrisikoprämien

Die Zielsetzung dieses Abschnittes, der das zentrale Element dieses Kapitels bildet, ist es den Einfluss der im Abschnitt 7.3 vorgestellten Faktoren auf die im Abschnitt 7.2 berechneten Marktrisikoprämien zu untersuchen. Die Untersuchung erfolgt wie im Abschnitt 6.4 bei der Untersuchung der Bewertungsunterschiede zwischen dem CDS- und dem Corporate Bond-Markt mithilfe einer Paneldatenanalyse. Im Unterschied zu den im Abschnitt 6.4 untersuchten Bewertungsunterschieden besteht die Querschnittsdimension der hier zu untersuchenden Marktrisikoprämien jedoch nicht aus 137 Corporate Bonds, sondern aus 22 Unternehmen. Des Weiteren ist die Zeitdimension, bestehend aus den 106 wöchentlichen Beobachtungen, in diesem Fall durchgehend für alle 22 Unternehmen verfügbar.²⁷

Wie im Abschnitt 6.4 wird für die Regressionsmodelle eine Random Effects-Spezifikation gewählt, wobei sich diese Entscheidung auf den Hausman-Test²⁸ stützt. Die nicht beobachtbaren unternehmensspezifischen Einflüsse $(\alpha_j)_{j=1,2,3,\dots,22}$ werden somit einerseits als unabhängig identisch verteilt und andererseits als unabhängig von den erklärenden Variablen angenommen.²⁹

Somit wird also zur Untersuchung des Einflusses der im Abschnitt 7.3 festgelegten Proxies auf die im Abschnitt 7.2 berechnete einjährige Marktrisikoprämie Π_{jt} des Unternehmens j zum Zeitpunkt t folgendes Random Effects-Modell geschätzt

$$\Pi_{jt} = \alpha + \beta^T \mathbf{x}_{jt} + \alpha_j + \varepsilon_{jt}, \quad (7.20)$$

wobei $j \in \{1, 2, 3, \dots, 22\}$ und $t \in \{1, 2, 3, \dots, 106\}$. Der Spaltenvektor $\mathbf{x}_{jt}$ enthält dabei die Werte der jeweiligen Proxies für das Unternehmen j zum Zeitpunkt t . Der Skalar α und der Spaltenvektor β sind die zu schätzenden Regressionsparameter. Die Skalare $(\alpha_j)_{j=1,2,3,\dots,22}$ bezeichnen, wie bereits erklärt, die unternehmensspezifischen Random Effects, und ε_{jt} ist der unsystematische Störterm.

Die Tabelle 7.2 präsentiert die Ergebnisse fünf verschiedener Random Effects-Regressionen, wobei in allen fünf Regressionsmodellen die Einflüsse der verschiedenen Faktoren nach

²⁷Das bedeutet, dass hier im Gegensatz zu der im Abschnitt 6.4 durchgeführten Paneldatenregression ein sogenannter *balanced* Panel vorliegt. Das bedeutet also, dass der Datensatz „rechteckig“ ist, und somit aus insgesamt 22×106 Beobachtungen besteht, da für alle Unternehmen sämtliche 106 Beobachtungen verfügbar sind. Vgl. hierzu auch Verbeek (2004) S. 380-381.

²⁸Vgl. Hausman (1978).

²⁹Vgl. Verbeek (2004) S. 347-348.

der Bereinigung um möglicherweise verzerrende Effekte durch Liquiditäts- und Angebots- und Nachfrageeinflüsse im CDS-Markt untersucht werden. Die hierfür verwendeten beiden Kontrollvariablen sind die im Abschnitt 7.3 besprochene Markttiefe des fünfjährigen CDS Spreads und das Volumen synthetischer CDO-Transaktionen. Während die ersten beiden Regressionsmodelle die isolierten Effekte von Event Risk bzw. der Nachfrage der Marktteilnehmer nach Kreditinvestments im Investment Grade-Sektor auf die Marktrisikoprämie untersuchen, werden in den restlichen drei Modellen erklärende Variablen aus allen fünf Gruppen von Einflussfaktoren miteinander kombiniert.

Das Regressionsmodell (1) untersucht den Einfluss der Aktienvolatilität auf die Marktrisikoprämie nach der Bereinigung um die Bedingungen im CDS-Markt, indem es die Aktienvolatilität der einzelnen Unternehmen mit der Aktienvolatilität des Gesamtmarktes, erfasst durch den VSTOXX Volatilitätsindex, kombiniert. Zunächst wird aus der Tabelle 7.2 sofort ersichtlich, dass beide untersuchten Volatilitätsproxies statistisch signifikant sind und zwar mit dem im Abschnitt 7.3 gemutmaßten positiven Vorzeichen. Das deutet demnach darauf hin, dass eine höhere Unsicherheit bezüglich zukünftiger Marktpreisfluktuationen am Aktienmarkt eine höhere Unsicherheit bezüglich Marktpreisfluktuationen im CDS-Markt³⁰ nach sich zieht. Aus einem etwas anderen Blickwinkel betrachtet zeigt sich, dass nach der Bereinigung des Einflusses der unternehmensspezifischen Aktienvolatilität und der CDS-Marktbedingungen die Marktrisikoprämien von einem gemeinsamen Faktor in der Form des Event Risk, erfasst durch den VSTOXX, abhängen. Dieses Resultat ist vergleichbar mit den Ergebnissen von Pan und Singleton (2008), die im Falle ihres verwendeten Proxies für Event Risk, des CBOE VIX Volatilitätsindex einen signifikanten positiven Einfluss auf die Marktrisikoprämien von zwei der drei untersuchten Reference Entities - Mexiko und die Türkei - diagnostizieren.³¹

Die Ergebnisse für die beiden Kontrollvariablen für die CDS-Marktbedingungen zeigen zunächst, dass das Volumen synthetischer CDO-Transaktionen einen statistisch signifikanten Einfluss mit dem erwarteten negativen Vorzeichen hat. Somit führen die durch diese Transaktionen ausgelösten temporären Angebotsschocks im CDS-Markt zu einem

³⁰An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, dass es sich bei diesen Fluktuationen in den CDS Spreads, wie bereits im Abschnitt 7.1 infolge der Herleitung der Marktrisikoprämie detailliert ausgeführt, um Fluktuationen handelt, die durch unvorhersehbare Fluktuationen der risikoneutralen Intensität verursacht werden, die jedoch nicht mit einem Ausfall der Reference Entity in Zusammenhang stehen.

³¹Vgl. Pan und Singleton (2008) S. 2375-2378, wobei sich diese Aussage auf die Ergebnisse der multivariaten linearen Regressionen in der Tabelle VIII auf S. 2376 bezieht.

Tabelle 7.2: Paneldatenanalyse der Marktrisikoprämien Π_{jt}

Erklärende Variable	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
KREDITRISIKO					
iTraxx Europe 5Y CDS Index (+) (in bps)		0,109 (0,000)	0,094 (0,000)		0,116 (0,000)
1Y EUR-Swap Spread (+) (in bps)		0,002 (0,934)		-0,014 (0,568)	-0,027 (0,282)
AKTIENMARKTRISIKO					
Euro Stoxx 50 Indexrendite (-) (in %)			0,010 (0,768)	0,026 (0,374)	0,008 (0,800)
VSTOXX Volatilitätsindex (+) (in %)	0,239 (0,000)		0,046 (0,018)	0,226 (0,000)	
FIRMENSPEZIFISCHE RISIKEN					
Aktienrendite (-) (in %)			0,012 (0,551)		0,007 (0,727)
Aktienvolatilität (+) (in %)	0,422 (0,002)			0,285 (0,036)	0,178 (0,173)
MAKROÖKONOMISCHE RISIKEN					
3M EURIBOR-Volatilität (+) (in %)			1,202 (0,000)	1,321 (0,000)	
10Y Spotrate-Volatilität (+) (in %)			-1,119 (0,000)		-1,237 (0,000)
CDS-MARKTBEDINGUNGEN					
Markttiefe 5Y CDS Spread (-) (in Anzahl von Banken)	0,112 (0,000)	0,132 (0,000)	0,141 (0,000)	0,113 (0,000)	0,133 (0,000)
Synthetische CDO-Transaktionen (-) (in Mrd. USD)	-0,022 (0,000)	-0,029 (0,000)	-0,030 (0,000)	-0,023 (0,000)	-0,031 (0,000)
Achsenabschnitt α	3,810 (0,000)	4,346 (0,000)	5,304 (0,000)	4,109 (0,000)	5,784 (0,000)
Anzahl der Beobachtungen	2120	2332	2120	2120	2120
R^2 -within	0,5901	0,5920	0,6205	0,5946	0,6163
R^2 -between	0,1071	0,1024	0,0481	0,0966	0,0785
R^2 -overall	0,3204	0,2982	0,3271	0,3194	0,3292

Diese Tabelle zeigt die Ergebnisse von fünf Paneldatenregressionen der einjährigen Marktrisikoprämie Π_{jt} (in bps) mit einer Random Effects-Spezifikation. Die erklärenden Variablen sind mit ihren gemäß Abschnitt 7.3 vermuteten Vorzeichen in Klammern (dahinter) angegeben. Die Schätzwerte für die Regressionsparameter sind mit ihren robusten p -Werten in Klammern (darunter) angegeben. Durch die Berücksichtigung der Aktienrendite und der Aktienvolatilität in den Modellen (1), (3), (4) und (5) verringert sich die Anzahl der Beobachtungen, da Abbey National und Vattenfall keine börsennotierten Unternehmen sind. Die Bestimmtheitsmaße R^2 -within, R^2 -between und R^2 -overall sind gemäß STATA definiert. Vgl. hierzu auch Verbeek (2004) S. 352-353.

Rückgang der Marktrisikoprämien in den CDS Spreads. Die andere Kontrollvariable für die Liquidität im CDS-Markt, die Markttiefe des fünfjährigen CDS Spreads, ist ebenfalls statistisch signifikant jedoch mit einem unerwarteten positiven Vorzeichen. Somit führt eine höhere Anzahl von Banken, die einen CDS-Quote stellen, im Gegensatz zu der im Abschnitt 7.3 aufgestellten Hypothese nicht zu einer Abnahme, sondern zu einer Zunahme der Risikoprämie für zukünftige Fluktuationen im CDS Spread.

Das Regressionsmodell (2) untersucht den Einfluss der beiden Kreditrisikoproxies auf die Marktrisikoprämie, wieder nach der Bereinigung um den Einfluss von Bedingungen am CDS-Markt. Die zwei Kontrollvariablen sind dabei wieder statistisch signifikant mit denselben Vorzeichen wie im Regressionsmodell (1). Während der Proxy für das Kreditrisiko auf der Gesamtmarktebene, der iTraxx Index, den erwarteten statistisch signifikanten positiven Einfluss auf die Marktrisikoprämie im CDS-Markt aufweist, ist der Proxy für das Kreditrisiko im Finanzsektor, der einjährige Swap Spread, nicht statistisch signifikant. Letzteres deutet somit darauf hin, dass es während der Untersuchungsperiode keine wesentliche Änderung der Kreditqualität im Finanzsektor gegeben hat, die eine signifikante Auswirkung auf die Marktrisikoprämien im CDS-Markt haben konnte. Andererseits offenbart die statistische Signifikanz des iTraxx Index, dass es zusätzlich zum Event Risk aus Modell (1) einen zweiten gemeinsamen Einflussfaktor auf die Marktrisikoprämien der 22 untersuchten Unternehmen gibt, nämlich in der Form der Nachfrage der Marktteilnehmer nach Kreditinvestments im Corporate Investment Grade-Sektor. Dieses Ergebnis ist vor dem Hintergrund der hohen Korrelation von 93% zwischen dem iTraxx Index und dem VSTOXX Index während der betrachteten Untersuchungsperiode nicht ganz überraschend und zeigt, dass höhere Unsicherheiten bezüglich Event Risk mit einer geringeren Nachfrage nach Kreditinvestments einhergehen und sich in höheren Marktrisikoprämien in den CDS Spreads der einzelnen Unternehmen manifestieren.

Das Regressionsmodell (3) kombiniert wieder nach der Bereinigung um die Bedingungen im CDS-Markt Proxies aus allen anderen vier Gruppen von Einflussfaktoren. Die zwei in den Modellen (1) und (2) entdeckten gemeinsamen Faktoren auf die Marktrisikoprämien der 22 untersuchten Unternehmen, der VSTOXX und der iTraxx Index sind weiter statistisch signifikant mit dem erwarteten positiven Vorzeichen. Die zwei Aktienrenditen, die Aktienrendite der einzelnen Unternehmen und die Rendite des Euro Stoxx 50 Aktienindex, sind jedoch beide nicht statistisch signifikant. Dieses Resultat ist vergleichbar mit dem Ergebnis von Zhang (2008), der keinen statistisch signifikanten Einfluss der Rendite des argentinischen Merval Aktienindex auf die Marktrisikoprämie in den Sovereign CDS

von Argentinien findet.³² Somit ergibt sich insgesamt, dass während die Aktienvolatilität ganz gleich ob für Einzelunternehmen oder für den Gesamtmarkt, wie im Modell (1) diagnostiziert, einen Einfluss auf die Marktrisikoprämie hat, dies nicht für die Aktienrenditen gilt, ganz gleich ob für Einzelunternehmen oder für den Gesamtmarkt. Folglich führen höhere Aktienrenditen im Gegensatz zu den Hypothesen aus Abschnitt 7.3 nicht zu geringeren Marktrisikoprämien in CDS Spreads.

Die Analyse der Ergebnisse für die makroökonomischen Risikoproxies zeigt, dass beide statistisch signifikant sind. Während die Volatilität des dreimonatigen EURIBORs den erwarteten positiven Einfluss auf die Marktrisikoprämie hat, weist die Volatilität der zehnjährigen Spotrate ein unerwartet negatives Vorzeichen auf. Eine genauere Untersuchung mithilfe zweier separater univariater Panelregressionen für diese zwei makroökonomischen Proxies ergibt ein positives Vorzeichen für die Volatilität der zehnjährigen Spotrate. Sie hat jedoch im Gegensatz zur Volatilität des dreimonatigen EURIBORs einen sehr geringen Erklärungsgehalt. Somit lässt sich insgesamt feststellen, dass die Marktrisikoprämie nicht durch Unsicherheiten am langen Ende der Zinsstrukturkurve beeinflusst wird, aber sehr wohl durch Risiken am kurzen Ende.

Die Regressionsmodelle (4) und (5) experimentieren mit verschiedenen Kombinationen der Einflussfaktoren und scheinen die bislang gefundenen Ergebnisse insgesamt zu bestätigen. Es ist ersichtlich, dass beide Indizes, der iTraxx und der VSTOXX, statistisch signifikant bleiben mit den früher gefundenen positiven Vorzeichen, während die Aktienvolatilität der Einzelunternehmen im Modell (5) statistisch nicht signifikant wird. Dies liegt vermutlich an der hohen Korrelation von über 64% zum iTraxx Index. Des Weiteren ist zu sehen, dass die beiden Aktienrenditen, sowohl die der einzelnen Unternehmen als auch die des Gesamtmarktes, weiterhin nicht statistisch signifikant sind. Gleiches gilt auch für den einjährigen Swap Spread. Schließlich zeigen die Modelle (4) und (5) einen ähnlichen Einfluss der beiden makroökonomischen Variablen wie im Modell (3).

Zum Ende dieses Abschnittes wird noch der Einfluss des gewählten Kreditmodells auf die resultierenden einjährigen Marktrisikoprämien überprüft. Hierfür wird wie im Abschnitt 6.5 eine Panelregression mit einer Random Effects-Spezifikation der Marktrisikoprämie auf den Anpassungsfehler des Zinsmodells aus Abschnitt 5.2.1.2 und den Anpassungsfehler des Kreditmodells aus Abschnitt 5.2.2.2 jeweils für die einjährige Restlaufzeit durchgeführt. Dabei wird der Anpassungsfehler des Zinsmodells für die einjährige Rest-

³²Vgl. Zhang (2008) S. 49-50.

laufzeit als die Differenz zwischen der einjährigen Spotrate am Markt und der einjährigen Modell-Spotrate definiert.³³ Analog hierzu ist der Anpassungsfehler des Kreditmodells für die einjährige Restlaufzeit als die Differenz zwischen dem einjährigen CDS Spread am Markt und dem einjährigen Modell-CDS Spread definiert.³⁴ Für beide Modellfehler ergibt sich ein verschwindend geringer Erklärungsgehalt, was darauf hindeutet, dass die resultierenden Marktrisikoprämien nicht systematisch von der Anpassungsgüte des verwendeten Kreditmodells verzerrt sind.

³³Deskriptive Statistiken hierzu liefern die letzten zwei Spalten der Tabelle 5.5.

³⁴Deskriptive Statistiken hierzu liefert die Tabelle 5.11 für jedes Unternehmen.

Kapitel 8

Schlussbetrachtung

Der zentrale Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit ist der Credit Default Swap Spread. Seine grundlegende Bedeutung für die empirische Kapitalmarktforschung liegt darin, dass er ein Maß für das reine Kreditrisiko der jeweiligen Reference Entity darstellt, welches nicht durch Liquiditäts- oder Steuereffekte verunreinigt ist. Die Verfügbarkeit von CDS-Paneldaten, d.h. die Möglichkeit die zeitliche Entwicklung der gesamten CDS-Kurve einer Reference Entity zu beobachten, führt zu **zwei verschiedenen Fragestellungen**, deren Behandlung **das zentrale Anliegen dieser Arbeit** bildet.

Die erste Frage, die sich dabei stellt, ist, ob es zwischen den Preisen an diesem synthetischen Kreditmarkt, d.h. an dem CDS-Markt, und den Preisen an dem bereits länger existierenden Corporate Bond-Markt, eine über die strukturellen Unterschiede zwischen beiden Kreditinstrumenten hinausgehende Abweichung existiert und von welchen Faktoren ihre zeitliche Entwicklung beeinflusst wird. Zur Untersuchung dieser Frage wird eine Stichprobe 137 liquider EUR-denominierter Corporate Bonds 29 europäischer Investment Grade-Unternehmen bzw. deren CDS-Kurven während der Zeitperiode zwischen 01.2003 und 01.2005 herangezogen.

Die meisten früheren Studien zu Bewertungsunterschieden zwischen beiden Kreditmärkten basierten ihre Untersuchungen auf der fünfjährigen Basis, die sie als die Differenz zwischen dem fünfjährigen CDS Spread und dem fünfjährigen Credit Spread definierten, wobei sie Letzteren mittels Interpolationsmethoden aus den Credit Spreads von Corporate Bonds anderer verfügbarer Laufzeiten berechneten. Das innovative Element in der Herangehensweise dieser Arbeit besteht darin, dass sie die CDS-Kurve bzw. deren zeitliche Entwicklung als den Ausgangspunkt bei der Erfassung des Bewertungsunterschiedes zwi-

schen beiden Kreditmärkten wählt, und anstatt eine emittenten- und laufzeitspezifische Basis zu betrachten, ein Corporate Bond-spezifisches Maß zu dessen Erfassung definiert. Hierzu wird zunächst ein Kreditmodell mit stochastischer Ausfallintensität an die Entwicklung der zehnjährigen CDS-Kurve kalibriert. Anschließend wird für jeden Corporate Bond mithilfe der resultierenden Modellparametern ein Modellpreis berechnet. Das Maß für den Bewertungsunterschied für diesen Corporate Bond definiert sich schließlich als die Differenz der Yields aus seinem Marktpreis und seinem Modellpreis.

Diese Herangehensweise bietet eine Reihe von Vorteilen. Zunächst lässt sich hierdurch der Bewertungsunterschied nicht nur für eine vorgegebene fünfjährige Laufzeit berechnen, sondern kann für verschiedene Laufzeiten desselben Unternehmens untersucht werden. Des Weiteren kann auch der Einfluss verschiedener Corporate Bond-spezifischer Charakteristika, wie z.B. die Kuponrate, das Emissionsvolumen oder das Alter des Bonds, auf den Bewertungsunterschied erforscht werden. Die modellbasierte Vorgehensweise bei der Berechnung des Bewertungsunterschiedes bietet darüber hinaus auch den Vorteil, dass dabei strukturelle Unterschiede zwischen den beiden Kreditinstrumenten, wie z.B. Abweichung des Corporate Bond-Preises vom Parwert, Stückprämien im CDS-Kontrakt oder abweichende Zahlungsfrequenzen und Day-Count-Conventions, in dem Kreditmodell explizit berücksichtigt und damit in ihrer verzerrenden Wirkung neutralisiert werden können. Zudem sind die resultierenden Bewertungsunterschiede auch aussagekräftiger und zuverlässiger, da ihre Berechnung während der gesamten Untersuchungsperiode auf derselben Anzahl von CDS Spreads basiert, die das gesamte Laufzeitspektrum abdecken. Im Gegensatz hierzu basiert die Berechnung einer Basis auf einer zeitvariablen und möglicherweise sehr begrenzten Anzahl von Credit Spreads, welche nicht immer das gesamte Laufzeitspektrum widerspiegeln.

Im Durchschnitt über alle 137 Corporate Bonds liegt die Risikoprämie im Bondmarkt um 8,41 bps über der Risikoprämie im CDS-Markt und fällt damit viel geringer aus als in früheren Untersuchungen. Trotz dieser relativ geringen durchschnittlichen Abweichung liegt eine hohe Streuung der Bewertungsunterschiede vor und zwar nicht nur auf der Unternehmensebene, sondern selbst bei Betrachtung verschiedener Corporate Bonds desselben Emittenten.

Eine **Paneldatenanalyse** der Zeitreihen der Bewertungsunterschiede **offenbart folgende Erkenntnisse**: Erstens spielt die Liquidität im Corporate Bond-Markt eine entscheidende Rolle. Während die Kuponrate und das Emissionsvolumen einen statistisch signi-

fikanten Einfluss auf den Bewertungsunterschied haben, sind weder die Restlaufzeit noch das Alter des Bonds signifikant. Letzteres gilt auch für den Liquiditätsproxy im CDS-Markt. Zweitens deuten die Ergebnisse auf die Existenz eines gemeinsamen Faktors in der Form des iTraxx Europe Index hin, der einen negativen Einfluss auf die zeitliche Entwicklung des Bewertungsunterschiedes hat. Ein höheres Kreditrisiko im Gesamtmarkt führt zu einem Rückgang der Non-Default-Komponente im Credit Spread und somit insgesamt zu einer Konvergenz der Preise an beiden Kreditmärkten.

Drittens ergibt sich ein positiver Einfluss der Aktienrendite auf den Bewertungsunterschied, was darauf hindeutet, dass der CDS-Markt stärker als der Corporate Bond-Markt auf Bewegungen im Aktienmarkt reagiert. Diese Asymmetrie in den Sensitivitäten beider Märkte gilt jedoch nicht bezüglich der Volatilität der Aktienrenditen. Viertens zeigt sich, dass die berücksichtigten strukturellen Faktoren, wie die CTD-Option und das Kontrahentenrisiko im CDS-Kontrakt, keinen Einfluss auf den Bewertungsunterschied haben.

Schließlich deuten die Ergebnisse darauf hin, dass beide Märkte sehr ähnlich auf Änderungen makroökonomischer Bedingungen reagieren, da keiner der beiden makroökonomischen Proxies, weder die Volatilität des dreimonatigen EURIBORs noch die Volatilität der zehnjährigen Spotrate statistisch signifikant sind. Letztendlich lässt sich auch für das Volumen synthetischer CDO-Transaktionen kein statistisch signifikanter Einfluss auf den Bewertungsunterschied diagnostizieren.

Die zweite Frage, welche sich in dieser Arbeit stellt, bezieht sich auf die Risikoprämien, die im CDS Spread zusätzlich zu der Komponente für erwartete Verluste enthalten sind. Dabei handelt es sich um die Komponenten für die Ausfallrisikoprämie und für die Marktrisikoprämie. Während Erstere einen Marktteilnehmer für die Übernahme des Ausfallrisikos der Reference Entity kompensiert, stellt Letztere eine Vergütung für Schwankungen im CDS Spread dar, welche durch unvorhergesehene Fluktuationen der risikoneutralen Intensität verursacht werden, jedoch nicht mit einem Ausfall der Reference Entity in Verbindung stehen.

Während zu Ausfallrisikoprämien bereits zahlreiche Studien durchgeführt wurden, wurden Marktrisikoprämien in CDS Spreads bislang lediglich für Sovereign Reference Entities untersucht. Diese Arbeit stellt somit die erste Studie dar, welche Marktrisikoprämien in Corporate CDS Spreads untersucht. Die Untersuchung basiert dabei auf den CDS-Paneldaten der 29 oben angesprochenen europäischen Investment Grade-Unternehmen.

Zunächst wird ein Maß zur Erfassung der Komponente für die einjährige Marktrisikoprämie definiert als die Differenz zwischen der kumulativen einjährigen risikoneutralen und der kumulativen einjährigen pseudo-realen Ausfallwahrscheinlichkeit. Der Berechnung der Ersteren wird dabei die risikoneutrale und der Berechnung der Letzteren die reale Verteilung der risikoneutralen Intensität zugrundegelegt. An dieser Stelle erweist sich die Verfügbarkeit von CDS-Paneldaten von Vorteil, da aus den Paneldaten beide Verteilungen der risikoneutralen Intensität gleichzeitig geschätzt werden können. Die reale Verteilung ergibt sich dabei aus der zeitlichen Dimension und die risikoneutrale aus der Querschnittsdimension der CDS-Paneldaten. Bei der Schätzung beider Verteilungen kommt wieder das oben angesprochene Kreditmodell mit stochastischer Intensität zum Einsatz.

Nach Ausschluss von sieben Unternehmen, für welche die Marktrisikoprämie während der Untersuchungsperiode negativ wird, ergibt sich für die 22 restlichen Unternehmen eine durchschnittliche Marktrisikoprämie von 10,60 bps. Dieses Resultat deutet darauf hin, dass die Protection Seller im Durchschnitt eine Prämie für die Übernahme von Marktrisiken verlangen und die Protection Buyer bereit sind, diese zu entrichten. Trotz dieser relativ geringen durchschnittlichen Marktrisikoprämie lässt sich auf der Unternehmensebene eine relativ hohe Streuung der durchschnittlichen Marktrisikoprämien feststellen.

Eine **Paneldatenanalyse** der Zeitreihen der Marktrisikoprämien der 22 Unternehmen **liefert folgende Erkenntnisse**: Erstens offenbart sich die Existenz zweier verschiedener gemeinsamer Faktoren auf die Marktrisikoprämie in der Form von Event Risk, erfasst durch den VSTOXX Aktienvolatilitätsindex, und in der Form der Nachfrage der Marktteilnehmer nach Kreditinvestments im Corporate Investment Grade-Sektor, verkörpert durch den iTraxx Europe Index. Für beide Proxies ergibt sich ein statistisch signifikanter positiver Einfluss auf die Marktrisikoprämie sogar nach Bereinigung um den Effekt von Liquidität und Angebotsschocks im CDS-Markt. Die hohe Korrelation von 93% zwischen diesen beiden Proxies deutet darüber hinaus auch darauf hin, dass höhere Unsicherheiten bezüglich Event Risk mit einer geringeren Nachfrage nach Kreditinvestments einhergehen und sich in höheren Marktrisikoprämien in den CDS Spreads der einzelnen Unternehmen manifestieren.

Zweitens zeigt sich, dass neben der Aktienvolatilität auf der Gesamtmarktebene auch die Aktienvolatilität der einzelnen Unternehmen einen positiven Einfluss auf die Marktrisikoprämie hat. Dieses Resultat deutet also insgesamt darauf hin, dass eine höhere Unsicherheit bezüglich zukünftiger Marktpreisfluktuationen am Aktienmarkt eine höhere

Unsicherheit bezüglich Marktpreisfluktuationen im CDS-Markt nach sich zieht.

Drittens stellt sich heraus, dass während die Aktienvolatilitäten sowohl auf der Einzelunternehmensebene als auch auf der Gesamtmarktebene statistisch signifikant sind, weder die Aktienrenditen der einzelnen Unternehmen noch die Aktienindexrendite einen statistisch signifikanten Einfluss auf die Marktrisikoprämie haben. Schließlich ergeben sich für den Einfluss makroökonomischer Faktoren gemischte Ergebnisse. Während die Volatilität des dreimonatigen EURIBORs, die Unsicherheiten bezüglich den Entscheidungen von Zentralbanken erfassen soll, einen statistisch signifikanten positiven Einfluss aufweist, hat die Volatilität der zehnjährigen Spotrate, die Inflationsrisiken abbilden soll, keinen Einfluss auf die Marktrisikoprämie.

Anhang A

Technischer Anhang

A.1 Charakteristische Funktion

Dieser Anhang liefert die technischen Details zu der geschlossenen Lösung der im Abschnitt 4.4 in Gleichung (4.15) eingeführten bedingten diskontierten charakteristischen Funktion von $h(t + \tau)$. Die charakteristische Funktion wird folgenderweise definiert¹

$$\Phi(t, t + \tau; \phi) := \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^{t+\tau} [r(u) + h(u)] du + \mathbf{i} \phi h(t + \tau) \right) \right], \quad (\text{A.1})$$

mit der Randwertbedingung $\Phi(t + \tau, t + \tau; \phi) = \exp(\mathbf{i} \phi h(t + \tau))$, wobei $\mathbf{i} := \sqrt{-1}$ die imaginäre Einheit bezeichnet.

Die charakteristische Funktion besitzt eine geschlossene Lösung der folgenden exponentiell-affinen Form²

$$\Phi(t, t + \tau; \phi) = \exp \left(\mathcal{A}(\tau; \phi) - \sum_{i=1}^3 \mathcal{B}_i(\tau; \phi) X_i(t) - \mathcal{B}_z(\tau; \phi) Z(t) \right), \quad (\text{A.2})$$

wobei

$$\mathcal{A}(\tau; \phi) = \sum_{i=1}^3 \mathcal{A}_i(\tau; \phi) + \mathcal{A}_z(\tau; \phi) + (\mathbf{i} \phi - \tau) (\Lambda_0 - \sum_{i=1}^3 \Lambda_i \bar{X}_i), \quad (\text{A.3})$$

mit

$$\mathcal{A}_i(\tau; \phi) = \frac{2\kappa_i \theta_i}{\sigma_i^2} \log \left(\frac{\gamma_i \exp \left(\frac{(\kappa_i + \lambda_i) \tau}{2} \right)}{\gamma_i \cosh \left(\frac{\gamma_i \tau}{2} \right) + [(\kappa_i + \lambda_i) - \mathbf{i} \phi \Lambda_i \sigma_i^2] \sinh \left(\frac{\gamma_i \tau}{2} \right)} \right), \quad (\text{A.4})$$

¹Vgl. Zhang (2008) S. 41 Gleichung (11), wobei in dieser Arbeit das verwendete Kreditmodell ohne Kontrahentenrisiko spezifiziert wird.

²Vgl. hierzu die Ausführungen in Duffie, Pan und Singleton (2000) S. 1350-1351 und die entsprechenden Resultate von Zhang (2008) S. 41.

$$\mathcal{A}_z(\tau; \phi) = \frac{2\kappa_z\theta_z}{\sigma_z^2} \log \left(\frac{\gamma_z \exp \left(\frac{(\kappa_z + \lambda_z)\tau}{2} \right)}{\gamma_z \cosh(\frac{\gamma_z\tau}{2}) + [(\kappa_z + \lambda_z) - \mathbf{i}\phi\sigma_z^2] \sinh(\frac{\gamma_z\tau}{2})} \right), \quad (\text{A.5})$$

und

$$\mathcal{B}_i(\tau; \phi) = \frac{-\mathbf{i}\phi\Lambda_i[\gamma_i \cosh(\frac{\gamma_i\tau}{2}) - (\kappa_i + \lambda_i) \sinh(\frac{\gamma_i\tau}{2})] + 2(1 + \Lambda_i) \sinh(\frac{\gamma_i\tau}{2})}{\gamma_i \cosh(\frac{\gamma_i\tau}{2}) + [(\kappa_i + \lambda_i) - \mathbf{i}\phi\Lambda_i\sigma_i^2] \sinh(\frac{\gamma_i\tau}{2})}, \quad (\text{A.6})$$

$$\mathcal{B}_z(\tau; \phi) = \frac{-\mathbf{i}\phi[\gamma_z \cosh(\frac{\gamma_z\tau}{2}) - (\kappa_z + \lambda_z) \sinh(\frac{\gamma_z\tau}{2})] + 2 \sinh(\frac{\gamma_z\tau}{2})}{\gamma_z \cosh(\frac{\gamma_z\tau}{2}) + [(\kappa_z + \lambda_z) - \mathbf{i}\phi\sigma_z^2] \sinh(\frac{\gamma_z\tau}{2})}, \quad (\text{A.7})$$

mit

$$\gamma_i := \sqrt{(\kappa_i + \lambda_i)^2 + 2\sigma_i^2(1 + \Lambda_i)}, \quad \text{für } i = 1, 2, 3, \quad \text{und} \quad \gamma_z := \sqrt{(\kappa_z + \lambda_z)^2 + 2\sigma_z^2}.$$

A.2 Credit Default Swap-Bewertungsformel

Dieser Anhang liefert die technischen Details zu der im Abschnitt 4.4 in Gleichung (4.19) dargestellten Bewertungsformel für Credit Default Swaps mithilfe der in Gleichung (4.15) definierten charakteristischen Funktion. Die Bewertungsformel ist gegeben als³

$$CDS(t, \tau) = \frac{[1 - REC(t)] \int_t^{t+\tau} \frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} du}{\delta \sum_{n=1}^{4\tau} \Phi(t, T_n; \phi=0) + \delta \sum_{n=1}^{4\tau} \int_{T_{n-1}}^{T_n} \frac{u - T_{n-1}}{T_n - T_{n-1}} \frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} du}. \quad (\text{A.8})$$

Erstens ergibt sich der ausfallrisikoadjustierte Barwertfaktor zum Zeitpunkt t für die Laufzeit τ als

$$\Phi(t, t + \tau; \phi = 0) = \exp \left(\mathcal{A}(\tau; 0) - \sum_{i=1}^3 \mathcal{B}_i(\tau; 0) X_i(t) - \mathcal{B}_z(\tau; 0) Z(t) \right). \quad (\text{A.9})$$

Da die Auswertung der charakteristischen Funktion (A.2) an der Stelle $\phi = 0$ alle Terme, welche die imaginäre Einheit $\mathbf{i} := \sqrt{-1}$ beinhalten, verschwinden lässt, vereinfachen sich die Formeln (A.3) bis (A.7) zu

$$\mathcal{A}(\tau; 0) = \sum_{i=1}^3 \mathcal{A}_i(\tau; 0) + \mathcal{A}_z(\tau; 0) - \tau(\Lambda_0 - \sum_{i=1}^3 \Lambda_i \bar{X}_i), \quad (\text{A.10})$$

³Vgl. Zhang (2008) S. 41 Gleichung (13), wobei in dieser Arbeit im Unterschied zum vereinfachenden Vorgehen von Zhang (2008) keine kontinuierlichen Prämienzahlungen angenommen werden, sondern die am CDS-Markt üblichen vierteljährlichen Prämienzahlungen unter zusätzlicher Berücksichtigung von Stückprämien.

wobei

$$\mathcal{A}_i(\tau; 0) = \frac{2\kappa_i\theta_i}{\sigma_i^2} \log \left(\frac{\gamma_i \exp \left(\frac{(\kappa_i + \lambda_i)\tau}{2} \right)}{\gamma_i \cosh(\frac{\gamma_i\tau}{2}) + (\kappa_i + \lambda_i) \sinh(\frac{\gamma_i\tau}{2})} \right), \quad (\text{A.11})$$

$$\mathcal{A}_z(\tau; 0) = \frac{2\kappa_z\theta_z}{\sigma_z^2} \log \left(\frac{\gamma_z \exp \left(\frac{(\kappa_z + \lambda_z)\tau}{2} \right)}{\gamma_z \cosh(\frac{\gamma_z\tau}{2}) + (\kappa_z + \lambda_z) \sinh(\frac{\gamma_z\tau}{2})} \right), \quad (\text{A.12})$$

und

$$\mathcal{B}_i(\tau; 0) = \frac{2(1 + \Lambda_i) \sinh(\frac{\gamma_i\tau}{2})}{\gamma_i \cosh(\frac{\gamma_i\tau}{2}) + (\kappa_i + \lambda_i) \sinh(\frac{\gamma_i\tau}{2})}, \quad (\text{A.13})$$

$$\mathcal{B}_z(\tau; 0) = \frac{2 \sinh(\frac{\gamma_z\tau}{2})}{\gamma_z \cosh(\frac{\gamma_z\tau}{2}) + (\kappa_z + \lambda_z) \sinh(\frac{\gamma_z\tau}{2})}, \quad (\text{A.14})$$

mit

$$\gamma_i := \sqrt{(\kappa_i + \lambda_i)^2 + 2\sigma_i^2(1 + \Lambda_i)}, \quad \text{für } i = 1, 2, 3, \quad \text{und} \quad \gamma_z := \sqrt{(\kappa_z + \lambda_z)^2 + 2\sigma_z^2}.$$

Zweitens ist die abdiskontierte Dichtefunktion der risikoneutralen Ausfallwahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt t für den Zeitpunkt $t + \tau$ gegeben als

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \Phi(t, t + \tau; \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} &= \Phi(t, t + \tau; \phi = 0) \left[\frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \mathcal{A}(\tau; \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} - \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \mathcal{B}_i(\tau; \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} X_i(t) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \mathcal{B}_z(\tau; \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} Z(t) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

wobei

$$\frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \mathcal{A}(\tau; \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \mathcal{A}_i(\tau; \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} + \frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \mathcal{A}_z(\tau; \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} + (\Lambda_0 - \sum_{i=1}^3 \Lambda_i \bar{X}_i) \quad (\text{A.16})$$

mit

$$\frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \mathcal{A}_i}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} = \frac{2\kappa_i\theta_i\Lambda_i \sinh(\frac{\gamma_i\tau}{2})}{\gamma_i \cosh(\frac{\gamma_i\tau}{2}) + (\kappa_i + \lambda_i) \sinh(\frac{\gamma_i\tau}{2})}, \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \mathcal{A}_z}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} = \frac{2\kappa_z\theta_z \sinh(\frac{\gamma_z\tau}{2})}{\gamma_z \cosh(\frac{\gamma_z\tau}{2}) + (\kappa_z + \lambda_z) \sinh(\frac{\gamma_z\tau}{2})}, \quad (\text{A.18})$$

und

$$\frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \mathcal{B}_i}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} = \frac{-\Lambda_i [\gamma_i^2 \cosh^2(\frac{\gamma_i\tau}{2}) - (\kappa_i + \lambda_i)^2 \sinh^2(\frac{\gamma_i\tau}{2})] + 2\Lambda_i(1 + \Lambda_i)\sigma_i^2 \sinh^2(\frac{\gamma_i\tau}{2})}{[\gamma_i \cosh(\frac{\gamma_i\tau}{2}) + (\kappa_i + \lambda_i) \sinh(\frac{\gamma_i\tau}{2})]^2}, \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{1}{\mathbf{i}} \frac{\partial \mathcal{B}_z}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} = \frac{-[\gamma_z^2 \cosh^2(\frac{\gamma_z\tau}{2}) - (\kappa_z + \lambda_z)^2 \sinh^2(\frac{\gamma_z\tau}{2})] + 2\sigma_z^2 \sinh^2(\frac{\gamma_z\tau}{2})}{[\gamma_z \cosh(\frac{\gamma_z\tau}{2}) + (\kappa_z + \lambda_z) \sinh(\frac{\gamma_z\tau}{2})]^2}. \quad (\text{A.20})$$

A.3 Jacobi-Term in der CDS-Kalibrierung

Der Jacobi-Term J_t zum Zeitpunkt t in der Dichtetransformation (5.51)

$$f(CDS^5(t)|CDS^5(t-1)) = f_z(Z(t)|Z(t-1)) \frac{1}{|J_t|}$$

ist die partielle Ableitung der CDS-Bewertungsformel (4.19) in $\tau = 5$ nach $Z(t)$. Somit gilt also

$$\begin{aligned} J_t &= \frac{\partial CDS(t, \tau = 5)}{\partial Z(t)} \\ &= \frac{\partial}{\partial Z(t)} \left[\frac{[1 - REC(t)] \int_t^{t+5} \frac{1}{i} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} |_{\phi=0} du}{\delta \sum_{n=1}^{20} \Phi(t, T_n; \phi = 0) + \delta \sum_{n=1}^{20} \int_{T_{n-1}}^{T_n} \frac{u - T_{n-1}}{T_n - T_{n-1}} \frac{1}{i} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} |_{\phi=0} du} \right] \\ &= \frac{\mathcal{Z}}{\left[\delta \sum_{n=1}^{20} \Phi(t, T_n; \phi = 0) + \delta \sum_{n=1}^{20} \int_{T_{n-1}}^{T_n} \frac{u - T_{n-1}}{T_n - T_{n-1}} \frac{1}{i} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} |_{\phi=0} du \right]^2} \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

mit dem Zähler

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} &= \left[[1 - REC(t)] \int_t^{t+5} \frac{\partial}{\partial Z(t)} \left[\frac{1}{i} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} |_{\phi=0} \right] du \right] \\ &\times \left[\delta \sum_{n=1}^{20} \Phi(t, T_n; \phi = 0) + \delta \sum_{n=1}^{20} \int_{T_{n-1}}^{T_n} \frac{u - T_{n-1}}{T_n - T_{n-1}} \frac{1}{i} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} |_{\phi=0} du \right] \\ &- \left[[1 - REC(t)] \int_t^{t+5} \frac{1}{i} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} |_{\phi=0} du \right] \\ &\times \left[\delta \sum_{n=1}^{20} \frac{\partial \Phi(t, T_n; \phi = 0)}{\partial Z(t)} + \delta \sum_{n=1}^{20} \int_{T_{n-1}}^{T_n} \frac{u - T_{n-1}}{T_n - T_{n-1}} \frac{\partial}{\partial Z(t)} \left[\frac{1}{i} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} |_{\phi=0} \right] du \right], \end{aligned}$$

wobei

$$\frac{\partial \Phi(t, T_n; \phi = 0)}{\partial Z(t)} = -\Phi(t, T_n; \phi = 0) \mathcal{B}_z(T_n - t; 0), \quad (\text{A.22})$$

und

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial Z(t)} \left[\frac{1}{i} \frac{\partial \Phi(t, u; \phi)}{\partial \phi} |_{\phi=0} \right] &= -\Phi(t, u; \phi = 0) \mathcal{B}_z(u - t; 0) \left[\frac{1}{i} \frac{\partial \mathcal{A}(u - t; \phi)}{\partial \phi} |_{\phi=0} \right. \\ &- \sum_{i=1}^3 \frac{1}{i} \frac{\partial \mathcal{B}_i(u - t; \phi)}{\partial \phi} |_{\phi=0} X_i(t) - \frac{1}{i} \frac{\partial \mathcal{B}_z(u - t; \phi)}{\partial \phi} |_{\phi=0} Z(t) \\ &- \Phi(t, u; \phi = 0) \frac{1}{i} \frac{\partial \mathcal{B}_z(u - t; \phi)}{\partial \phi} |_{\phi=0}. \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

A.4 Risikoneutrale und pseudo-reale Überlebenswahrscheinlichkeiten

Die kumulative τ -jährige risikoneutrale Überlebenswahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt t lässt sich in geschlossener Form darstellen als⁴

$$\mathcal{S}^{\mathbb{Q}}(t, \tau) := \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[\exp \left(- \int_t^{t+\tau} h(u) du \right) \right] \quad (\text{A.24})$$

$$= \exp \left(\mathcal{A}^{\mathbb{Q}}(\tau) - \sum_{i=1}^3 \mathcal{B}_i^{\mathbb{Q}}(\tau) X_i(t) - \mathcal{B}_z^{\mathbb{Q}}(\tau) Z(t) \right), \quad (\text{A.25})$$

wobei

$$\mathcal{A}^{\mathbb{Q}}(\tau) = \sum_{i=1}^3 \mathcal{A}_i^{\mathbb{Q}}(\tau) + \mathcal{A}_z^{\mathbb{Q}}(\tau) - \tau(\Lambda_0 - \sum_{i=1}^3 \Lambda_i \bar{X}_i), \quad (\text{A.26})$$

mit

$$\mathcal{A}_i^{\mathbb{Q}}(\tau) = \frac{2\kappa_i \theta_i}{\sigma_i^2} \log \left(\frac{\gamma_i^{\mathbb{Q}} \exp(\frac{(\kappa_i + \lambda_i)\tau}{2})}{\gamma_i^{\mathbb{Q}} \cosh(\frac{\gamma_i^{\mathbb{Q}}\tau}{2}) + (\kappa_i + \lambda_i) \sinh(\frac{\gamma_i^{\mathbb{Q}}\tau}{2})} \right), \quad (\text{A.27})$$

$$\mathcal{A}_z^{\mathbb{Q}}(\tau) = \frac{2\kappa_z \theta_z}{\sigma_z^2} \log \left(\frac{\gamma_z^{\mathbb{Q}} \exp(\frac{(\kappa_z + \lambda_z)\tau}{2})}{\gamma_z^{\mathbb{Q}} \cosh(\frac{\gamma_z^{\mathbb{Q}}\tau}{2}) + (\kappa_z + \lambda_z) \sinh(\frac{\gamma_z^{\mathbb{Q}}\tau}{2})} \right), \quad (\text{A.28})$$

und

$$\mathcal{B}_i^{\mathbb{Q}}(\tau) = \frac{2\Lambda_i \sinh(\frac{\gamma_i^{\mathbb{Q}}\tau}{2})}{\gamma_i^{\mathbb{Q}} \cosh(\frac{\gamma_i^{\mathbb{Q}}\tau}{2}) + (\kappa_i + \lambda_i) \sinh(\frac{\gamma_i^{\mathbb{Q}}\tau}{2})}, \quad (\text{A.29})$$

$$\mathcal{B}_z^{\mathbb{Q}}(\tau) = \frac{2 \sinh(\frac{\gamma_z^{\mathbb{Q}}\tau}{2})}{\gamma_z^{\mathbb{Q}} \cosh(\frac{\gamma_z^{\mathbb{Q}}\tau}{2}) + (\kappa_z + \lambda_z) \sinh(\frac{\gamma_z^{\mathbb{Q}}\tau}{2})}, \quad (\text{A.30})$$

wobei

$$\gamma_i^{\mathbb{Q}} := \sqrt{(\kappa_i + \lambda_i)^2 + 2\sigma_i^2 \Lambda_i}, \quad \text{für } i = 1, 2, 3, \quad \text{und} \quad \gamma_z^{\mathbb{Q}} := \sqrt{(\kappa_z + \lambda_z)^2 + 2\sigma_z^2}.$$

Entsprechend lässt sich die geschlossene Lösung für die kumulative τ -jährige pseudo-reale Überlebenswahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt t darstellen als⁵

$$\mathcal{PS}^{\mathbb{P}}(t, \tau) := \mathbb{E}_t^{\mathbb{P}} \left[\exp \left(- \int_t^{t+\tau} h(u) du \right) \right] \quad (\text{A.31})$$

$$= \exp \left(\mathcal{A}^{\mathbb{P}}(\tau) - \sum_{i=1}^3 \mathcal{B}_i^{\mathbb{P}}(\tau) X_i(t) - \mathcal{B}_z^{\mathbb{P}}(\tau) Z(t) \right), \quad (\text{A.32})$$

wobei

$$\mathcal{A}^{\mathbb{P}}(\tau) = \sum_{i=1}^3 \mathcal{A}_i^{\mathbb{P}}(\tau) + \mathcal{A}_z^{\mathbb{P}}(\tau) - \tau(\Lambda_0 - \sum_{i=1}^3 \Lambda_i \bar{X}_i), \quad (\text{A.33})$$

⁴Vgl. Zhang (2008) S. 53.

⁵Vgl. Zhang (2008) S. 53.

mit

$$\mathcal{A}_i^{\mathbb{P}}(\tau) = \frac{2\kappa_i\theta_i}{\sigma_i^2} \log \left(\frac{\gamma_i^{\mathbb{P}} \exp(\frac{\kappa_i\tau}{2})}{\gamma_i^{\mathbb{P}} \cosh(\frac{\gamma_i^{\mathbb{P}}\tau}{2}) + \kappa_i \sinh(\frac{\gamma_i^{\mathbb{P}}\tau}{2})} \right), \quad (\text{A.34})$$

$$\mathcal{A}_z^{\mathbb{P}}(\tau) = \frac{2\kappa_z\theta_z}{\sigma_z^2} \log \left(\frac{\gamma_z^{\mathbb{P}} \exp(\frac{\kappa_z\tau}{2})}{\gamma_z^{\mathbb{P}} \cosh(\frac{\gamma_z^{\mathbb{P}}\tau}{2}) + \kappa_z \sinh(\frac{\gamma_z^{\mathbb{P}}\tau}{2})} \right), \quad (\text{A.35})$$

und

$$\mathcal{B}_i^{\mathbb{P}}(\tau) = \frac{2\Lambda_i \sinh(\frac{\gamma_i^{\mathbb{P}}\tau}{2})}{\gamma_i^{\mathbb{P}} \cosh(\frac{\gamma_i^{\mathbb{P}}\tau}{2}) + \kappa_i \sinh(\frac{\gamma_i^{\mathbb{P}}\tau}{2})}, \quad (\text{A.36})$$

$$\mathcal{B}_z^{\mathbb{P}}(\tau) = \frac{2 \sinh(\frac{\gamma_z^{\mathbb{P}}\tau}{2})}{\gamma_z^{\mathbb{P}} \cosh(\frac{\gamma_z^{\mathbb{P}}\tau}{2}) + \kappa_z \sinh(\frac{\gamma_z^{\mathbb{P}}\tau}{2})}, \quad (\text{A.37})$$

wobei

$$\gamma_i^{\mathbb{P}} := \sqrt{\kappa_i^2 + 2\sigma_i^2\Lambda_i}, \quad \text{für } i = 1, 2, 3, \quad \text{und} \quad \gamma_z^{\mathbb{P}} := \sqrt{\kappa_z^2 + 2\sigma_z^2}.$$

Literaturverzeichnis

- Anderson, R., Sundaresan, S., 2000. A comparative study of structural models of corporate bond yields: An explanatory investigation. *Journal of Banking and Finance* 24, 255–269.
- Anderson, R. W., 2008. What accounts for time variation in the price of default risk? Working Paper, London School of Economics.
- Arellano, M., 2003. *Panel Data Econometrics*. Oxford University Press, New York.
- Baltagi, B. H., 2005. *Econometric Analysis of Panel Data*. Wiley, Chichester.
- Bauer, H., 2001. *Wahrscheinlichkeitstheorie*. Walter de Gruyter, Berlin.
- BBA, 2006. British Bankers' Association - Credit Derivatives Report 2006. BBA, London.
- Berndt, A., Douglas, R., Duffie, D., Ferguson, M., Schranz, D., 2005. Measuring default risk premia from default swap rates and EDFs. BIS Working Paper No. 173.
- Bielecki, T. R., Rutkowski, M., 2004. *Credit Risk: Modeling, Valuation and Hedging*. Springer Finance, Berlin, Heidelberg and New York.
- Billingsley, P., 1995. *Probability and Measure*. Wiley, New York.
- BIS, 2009. Bank for International Settlements - Guide to the international financial statistics. BIS, Basel.
- Black, F., Cox, J. C., 1976. Valuing corporate securities: Some effects of bond indenture provisions. *Journal of Finance* 31, 351–367.
- Blanco, R., Brennan, S., Marsh, I. W., 2005. An empirical analysis of the dynamic relation between investment-grade bonds and credit default swaps. *Journal of Finance* 60, 2255–2281.

- Bollerslev, T., Wooldridge, J. M., 1992. Quasi-maximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time-varying covariances. *Econometric Reviews* 11, 143–172.
- Brigo, D., Mercurio, F., 2001. *Interest Rate Models - Theory and Practice*. Springer Finance, Berlin, Heidelberg and New York.
- Cameron, A. C., Trivedi, P. K., 2005. *Microeconometrics - Methods and Applications*. Cambridge University Press, New York.
- Chaplin, G., 2005. *Credit Derivatives - Risk Management, Trading and Investing*. Wiley, Chichester.
- Chen, L., Lesmond, D. A., Wei, J., 2005. Corporate yield spreads and bond liquidity. Working Paper, Michigan State University, Tulane University, and University of Toronto.
- Chen, R.-R., Scott, L., 1993. Maximum likelihood estimation for a multifactor equilibrium model of the term structure of interest rates. *Journal of Fixed Income* December, 14–31.
- Chen, R.-R., Scott, L., 2003. Multi-factor Cox-Ingersoll-Ross models of the term structure: Estimates and tests from a Kalman filter model. *Journal of Real Estate Finance and Economics* 27, 143–172.
- Chung, K. L., Williams, R. J., 1990. *Introduction to Stochastic Integration*. Birkhäuser, Boston.
- Cossin, D., Lu, H., 2005. Are European corporate bond and default swap markets segmented? Working Paper, University of Lausanne and IMD International.
- Cox, J. C., Ingersoll, J. E., Ross, S. A., 1985. A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica* 53, 385–407.
- Davidson, R., MacKinnon, J. G., 2004. *Econometric Theory and Methods*. Oxford University Press, New York and Oxford.
- de Jong, F., 2000. Time series and cross-section information in affine term-structure models. *Journal of Business and Economic Statistics* 18, 300–314.
- Driessen, J., 2005. Is default event risk priced in corporate bonds? *Review of Financial Studies* 18, 165–195.

- Duan, J.-C., Simonato, J.-G., 1999. Estimating and testing exponential-affine term structure models by Kalman filter. *Review of Quantitative Finance and Accounting* 13, 111–135.
- Duffee, G. R., 1999. Estimating the price of default risk. *The Review of Financial Studies* 12, 197–226.
- Duffie, D., 1998. Defaultable term structure models with fractional recovery of par. Working Paper, Stanford University.
- Duffie, D., 1999. Credit swap valuation. *Financial Analysts Journal* (January/February), 73–87.
- Duffie, D., 2001. *Dynamic Asset Pricing Theory*. Princeton University Press, Princeton and Oxford.
- Duffie, D., Liu, J., 2001. Floating-fixed credit spreads. *Financial Analysts Journal* (May/June), 76–87.
- Duffie, D., Pan, J., Singleton, K., 2000. Transform analysis and asset pricing for affine jump-diffusions. *Econometrica* 68, 1343–1376.
- Duffie, D., Singleton, K., 1997. An econometric model of the term structure of interest-rate swap yields. *Journal of Finance* 52, 1287–1321.
- Duffie, D., Singleton, K., 1999. Modeling term structures of default risky bonds. *Review of Financial Studies* 12, 687–720.
- Durrett, R., 1996. *Stochastic Calculus - A Practical Introduction*. CRC Press, Boca Raton.
- Elton, E. J., Gruber, M. J., Agrawal, D., Mann, C., 2001. Explaining the rate spread on corporate bonds. *Journal of Finance* 56, 247–277.
- Entrop, O., Schiemert, R., Wilkens, M., 2010. Valuation differences between credit default swap and corporate bond markets. Working Paper, University of Passau, Catholic University of Eichstätt-Ingolstadt, and University of Augsburg.
- Entrop, O., Schiemert, R., Wilkens, M., 2011. Spread risk premia in corporate credit default swap markets. Working Paper, University of Passau, Catholic University of Eichstätt-Ingolstadt, and University of Augsburg.

- Eom, Y. H., Helwege, J., Huang, J., 2004. Structural models of corporate bond pricing: An empirical analysis. *Review of Financial Studies* 17, 499–544.
- Ericsson, J., Reneby, J., 2005. Estimating structural bond pricing models. *Journal of Business* 78, 707–735.
- Feller, W., 1968. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications - Volume I*. Wiley, New York.
- Feller, W., 1971. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications - Volume II*. Wiley, New York.
- Froot, K. A., 1989. Consistent covariance matrix estimation with cross-sectional dependence and heteroskedasticity in financial data. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 24, 333–355.
- Geyer, A. L. J., Pichler, S., 1999. A state-space approach to estimate and test multifactor Cox-Ingersoll-Ross models of the term structure. *Journal of Financial Research* 22, 107–130.
- Greene, W. H., 2008. *Econometric Analysis*. Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River.
- Hackenbroch, W., Thalmaier, A., 1994. *Stochastische Analysis - Eine Einführung in die Theorie der stetigen Semimartingale*. Teubner, Stuttgart.
- Hamilton, J. D., 1994. *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton.
- Harvey, A. C., 1991. *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Hausman, J. A., 1978. Specification tests in econometrics. *Econometrica* 46, 1251–1271.
- Hjort, V., 2003. Credit Derivatives - The Definitive Guide. Risk Books, Kap. 3 What's driving the default swap basis?, S. 37–45.
- Houweling, P., Mentink, A., Vorst, T., 2005. Comparing possible proxies of corporate bond liquidity. *Journal of Banking and Finance* 29, 1331–1358.
- Houweling, P., Vorst, T., 2005. Pricing default swaps: Empirical evidence. *Journal of International Money and Finance* 24, 1200–1225.
- Hördahl, P., Vestin, D., 2005. Interpreting implied risk-neutral densities: The role of risk premia. *Review of Finance* 9, 97–137.

- Hsiao, C., 2003. *Analysis of Panel Data*. Cambridge University Press, New York.
- Huang, J., Huang, M., 2002. How much of the corporate-treasury yield spread is due to credit risk? Working Paper, Pennsylvania State University and Stanford University.
- Hull, J., Predescu, M., White, A., 2004. The relationship between credit default swap spreads, bond yields, and credit rating announcements. *Journal of Banking and Finance* 28, 2789–2811.
- Ikeda, N., Watanabe, S., 1981. *Stochastic Differential Equations and Diffusion Processes*. North Holland, Amsterdam.
- ISDA, 2003. *International Swaps and Derivatives Association - 2003 Credit Derivatives Definitions*. ISDA, INC., New York.
- Jankowitsch, R., Pullirsch, R., Veza, T., 2008. The delivery option in credit default swaps. *Journal of Banking and Finance* 32, 1269–1285.
- Jarrow, R. A., Lando, D., Yu, F., 2005. Default risk and diversification: Theory and empirical implications. *Mathematical Finance* 15, 1–26.
- Kalman, R. E., 1960. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering, Transactions of the ASME, Series D* 82, 35–45.
- Karatzas, I., Shreve, S. E., 1988. *Brownian Motion and Stochastic Calculus*. Springer-Verlag, New York.
- Klenke, A., 2008. *Wahrscheinlichkeitstheorie*. Springer, Berlin.
- Lando, D., 1998. On Cox processes and credit risky securities. *Review of Derivatives Research* 2, 99–120.
- Levin, A., Perli, R., Zakrajsek, E., 2005. The determinants of market frictions in the corporate market. Working Paper, Federal Reserve Board, Washington.
- Liu, J., Longstaff, F. A., Mandell, R. E., 2006. The market price of risk in interest rate swaps: The roles of default and liquidity risks. *Journal of Business* 79, 2337–2359.
- Longstaff, F. A., Mithal, S., Neis, E., 2005. Corporate yield spreads: Default risk or liquidity? New evidence from the credit default swap market. *Journal of Finance* 60, 2213–2253.

- Longstaff, F. A., Schwartz, E. S., 1995. A simple approach to valuing risky fixed and floating rate debt. *Journal of Finance* 50, 789–819.
- Lund, J., 1997. Econometric analysis of continuous-time arbitrage-free models of the term structure of interest rates. Working Paper, The Aarhus School of Business.
- Merton, R. C., 1974. On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates. *Journal of Finance* 29, 449–470.
- Meyer, M., 2001. *Continuous Stochastic Calculus with Applications to Finance*. Chapman & Hall, Boca Raton.
- Moody's, 2000. *Historical Default Rates of Corporate Bond Issuers, 1920-1999*. Moody's Investors Service, New York.
- Nelder, J. A., Mead, R., 1965. A simplex method for function minimization. *Computer Journal* 7, 308–313.
- Nelson, C. R., Siegel, A. F., 1987. Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of Business* 60, 473–489.
- Norden, L., Weber, M., 2009. The co-movement of credit default swap, bond and stock markets: An empirical analysis. *European Financial Management* 15, 529–562.
- O'Kane, D., 2008. *Modelling Single-name and Multi-name Credit Derivatives*. Wiley, Chichester.
- O'Kane, D., McAdie, R., 2001. Explaining the basis: Cash versus default swaps. Lehman Brothers Structured Credit Research.
- Pan, J., Singleton, K., 2008. Default and recovery implicit in the term structure of sovereign CDS spreads. *Journal of Finance* 63, 2345–2384.
- Pearson, N. D., Sun, T.-S., 1994. Exploiting the conditional density in estimating the term structure: An application to the Cox, Ingersoll, and Ross model. *Journal of Finance* 49, 1279–1304.
- Perridon, L., Steiner, M., Rathgeber, A., 2009. *Finanzwirtschaft der Unternehmung*. Vahlen, München.
- Protter, P. E., 2005. *Stochastic Integration and Differential Equations*. Springer, Berlin.

- Revuz, D., Yor, M., 1999. Continuous Martingales and Brownian Motion. Springer, Berlin.
- Rogers, L. C. G., Williams, D., 2000a. Diffusions, Markov Processes and Martingales - Volume I: Foundations. Cambridge University Press, Cambridge.
- Rogers, L. C. G., Williams, D., 2000b. Diffusions, Markov Processes and Martingales - Volume II: Itô Calculus. Cambridge University Press, Cambridge.
- Rogers, W. H., 1993. Regression standard errors in clustered samples. Stata Technical Bulletin 13, 19–23.
- Saita, L., 2006. The puzzling price of corporate default risk. Working Paper, Stanford University.
- Shiryaev, A. N., 1996. Probability. Springer, New York.
- Shreve, S. E., 2004. Stochastic Calculus for Finance II - Continuous-Time Models. Springer Finance, New York.
- Svensson, L. E. O., 1994. Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994. NBER Working Paper, No. 4871.
- Vasicek, O., 1977. An equilibrium characterization of the term structure. Journal of Financial Economics 5, 177–188.
- Verbeek, M., 2004. A Guide to Modern Econometrics. Wiley, Chichester.
- Wilson, R. S., Fabozzi, F. J., 1996. Corporate Bonds - Structures and Analysis. Frank J. Fabozzi Associates, New Hope.
- Wooldridge, J. M., 2002. Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data. MIT Press, Cambridge.
- Yu, F., 2002. Modeling expected return on defaultable bonds. Journal of Fixed Income 12 (2), 69–81.
- Zhang, F. X., 2008. Market expectations and default risk premium in credit default swap prices: A study of Argentine default. Journal of Fixed Income 18 (1), 37–55.
- Zhou, P., 2007. Forecasting bankruptcy and physical default intensity. Working Paper, London School of Economics.
- Zhu, H., 2006. An empirical comparison of credit spreads between the bond market and the credit default swap market. Journal of Financial Services Research 29, 211–235.